

# **CAPÍTULO 1**

## **MÁQUINAS DE CORRENTE CONTÍNUA**

### **A - Introdução às Máquinas de Corrente Contínua.**

#### **A1. Definição**

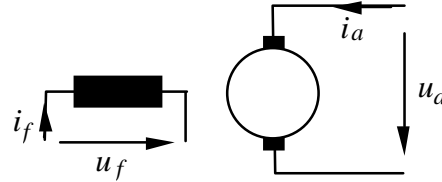
Diz-se que uma máquina é de corrente contínua quando em todos os seus terminais as grandezas que a caracterizam (tensões e correntes ) são unidireccionais. Neste capítulo vamos estudar a máquina de corrente contínua clássica, isto é, a máquina de corrente contínua de colector mecânico. O desenvolvimento da electrónica de potência tornou possível também a existência de máquinas da corrente contínua em que o colector é realizado electronicamente.

#### **A2. Representação esquemática**

Nos esquemas eléctricos, as máquinas de corrente contínua são representadas por símbolos normalizados (ver fig. 1.1 e 1.2). Na figura 1.1 apresentam-se os símbolos utilizados em esquemas unifilares. O símbolo mais utilizado em esquemas com mais pormenor é aquele que se apresenta na figura 1.1b.



a) Símbolos de um motor e de um gerador de corrente contínua.



b) Representação de uma máquina de corrente contínua (convenção motor).

Figura 1.1 Símbolos usados para representar a máquina de corrente contínua.

A máquina é constituída por dois enrolamentos essenciais: O enrolamento de excitação “ $f$ ” que se destina a criar um campo de indução magnética intenso, e o enrolamento do induzido “ $a$ ” onde a energia eléctrica é convertida em energia mecânica e vice-versa.

Na realidade, a máquina de corrente contínua é uma máquina de corrente alternada dotada de um conversor de "corrente contínua - corrente alternada" ou vice-versa. Na sua realização tradicional este conversor é realizado por um sistema mecânico designado por colectores ou comutador sob o qual assentam escovas. O colector e escovas fazem parte do circuito induzido e normalmente este conjunto é representado por dois pequenos rectângulos sobre uma circunferência como se indica na figura 1.1b.

### A3. Classificação das máquinas de corrente contínua

Consoante o modo de alimentação do enrolamento indutor, as máquinas de corrente contínua clássicas são classificadas em:

1. Máquinas de excitação separada ou independente. Em funcionamento motor, a máquina é alimentada por duas fontes de energia separadas. Em funcionamento gerador, o indutor é alimentado por uma fonte de energia independente, não se utilizando a tensão fornecida pela própria máquina.

Normalmente o indutor é alimentado por uma fonte de tensão de potência relativamente baixa.

2. Máquinas de excitação derivação. Nesta situação os dois enrolamentos da máquina encontram-se ligados em paralelo (fig. 1.3).

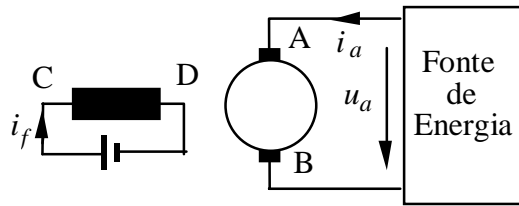


Fig. 1.2. Máquina de excitação separada (motor)

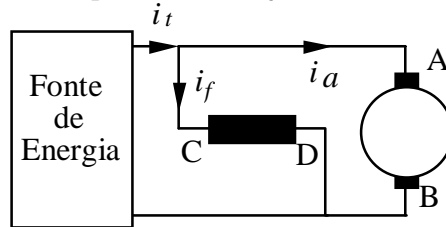


Fig. 1.3. Máquina de excitação derivação (motor).

Em funcionamento motor, só é necessária uma fonte de energia. Esta fonte de energia alimenta simultaneamente os enrolamentos do indutor e do induzido. Em funcionamento gerador, parte da energia eléctrica gerada no induzido é gasta na produção de fluxo no circuito indutor.

A corrente  $i_t$  que a máquina pede à fonte, (motor) é a soma da corrente do induzido  $i_a$  e da corrente do indutor  $i_f$ . Normalmente a corrente  $i_f$  é muito menor do que a corrente  $i_a$  e frequentemente confunde-se  $i_t$  com  $i_a$ .

O enrolamento de excitação (C-D) deverá suportar uma tensão elevada e ser percorrido por uma corrente reduzida. Deverá ser caracterizado por uma resistência  $r_f$  elevada. É construído utilizando um condutor de secção baixa e com um número elevado de espiras.

3. Máquinas de excitação em série. Nas máquinas de excitação em série, o enrolamento de excitação é colocado em série com o enrolamento do induzido (fig. 1.4).

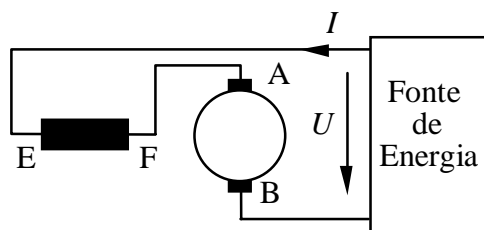


Fig. 1.4. Máquina de excitação em série (motor).

Neste caso é a própria corrente do induzido que vai provocar o fluxo. O enrolamento de excitação é agora caracterizado por um número de espiras reduzido, de condutores com secção elevada e que são percorridos por correntes consideráveis. Dado que este enrolamento é constituído por condutores de grande secção e com poucas

espiras, a sua resistência é baixa. Assim também é baixa a sua queda de tensão. A tensão de alimentação da máquina é praticamente toda aplicada ao circuito do induzido.

A máquina de excitação em série é pouco utilizada como gerador, mas encontra largas aplicações em funcionamento como motor.

4. Máquinas de excitação composta. As máquinas de excitação composta ou "compound" dispõem de dois enrolamentos de excitação: um enrolamento série (E-F) e um enrolamento paralelo (C-D) (fig. 1.5).

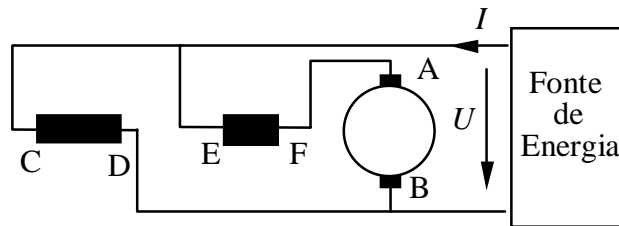


Fig. 1.5. Máquina de excitação composta (motor).

Os dois enrolamentos de excitação podem ser ligados de modo a que se somem as respectivas f.m.m. (excitação composta adicional) ou se subtraem (excitação composta diferencial).

A máquina de excitação composta pode ser constituída com várias relações de enrolamentos derivação e série. Obtêm-se assim máquinas com características diferentes como se verá mais à frente.

A conjugação de diferentes enrolamentos série e paralelo e as consequentes diferenças de características que daí resultam constituíam, no passado, uma das grandes vantagens das máquinas de corrente contínua face às máquinas de corrente alternada.

Actualmente, com o desenvolvimento da electrónica de potência, esta vantagem está cada vez mais ultrapassada. A máquina de corrente contínua é hoje, em instalações novas, quase exclusivamente aplicada como motor e em casos muito particulares. Apesar de tudo esta máquina mantém o seu interesse industrial.

#### **Exemplo 1.1 Máquinas de excitação em derivação e em série**

Neste exemplo são comparadas as características nominais e os valores das resistências dos enrolamentos de duas máquinas de corrente contínua de potências e velocidades nominais relativamente próximas, uma de excitação em derivação e a outra de excitação em série, ambas para o funcionamento como motores.

Máquina de Excitação derivação	Máquina de Excitação Série
$U_N = 200 \text{ V}$	$U_N = 200 \text{ V}$
$N_N = 1000 \text{ rpm}$	$N_N = 1000 \text{ rpm}$
$I_N = 100 \text{ A}$	$I_N = 100 \text{ A}$

$$I_{fN} = 1 \text{ A (1\% de } I_N)$$

$$R_f = 100 \ \Omega$$

$$U_{fN} = 200 \text{ V}$$

$$R_a = 0,14 \ \Omega$$

Pode-se concluir:

$$I_f = I_N = 100 \text{ A}$$

$$R_f = 0,01 \ \Omega$$

$$U_{fN} = 1 \text{ V - (0,5\% de } U_N)$$

$$R_a = 0,14 \ \Omega$$

1. No motor derivação a corrente de excitação (1A) é desprezável face à corrente total absorvida (100 A).
2. No motor série a queda de tensão no enrolamento de excitação (1V) é desprezável face à tensão de alimentação (1V) da máquina (200V).
3. As resistências dos enrolamentos de excitação série e paralelo são muito diferentes (0,01  $\Omega$  e 100  $\Omega$ ).

## B - Constituição das Máquinas de Corrente Contínua.

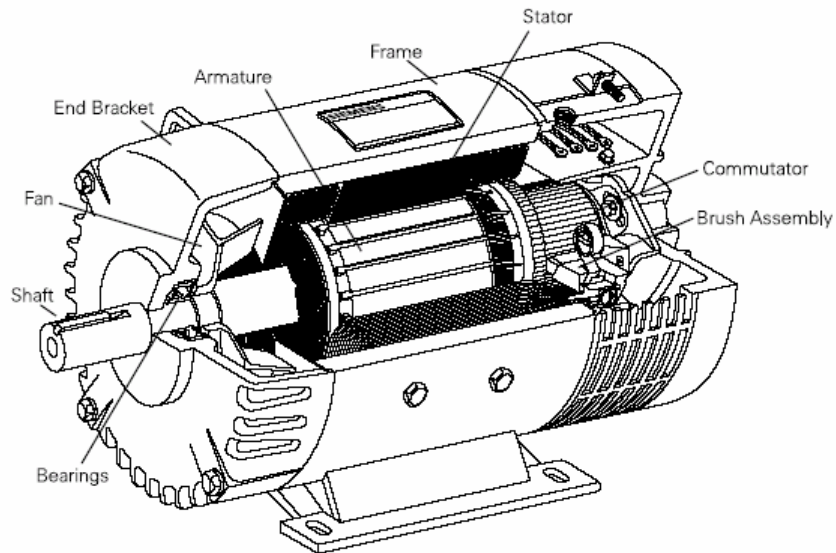
Tal como as outras máquinas eléctricas rotativas, a máquina de corrente contínua é constituída por duas partes principais:

1. Uma parte fixa, o estator, destinada fundamentalmente à criação do fluxo indutor.
2. Uma parte móvel, designada por rotor, que contém duas peças essenciais: O enrolamento do induzido onde se processa a conversão de energia mecânica em eléctrica e vice-versa, e o colector que constitui um conversor mecânico de "corrente alternada-corrente contínua" ou vice-versa.

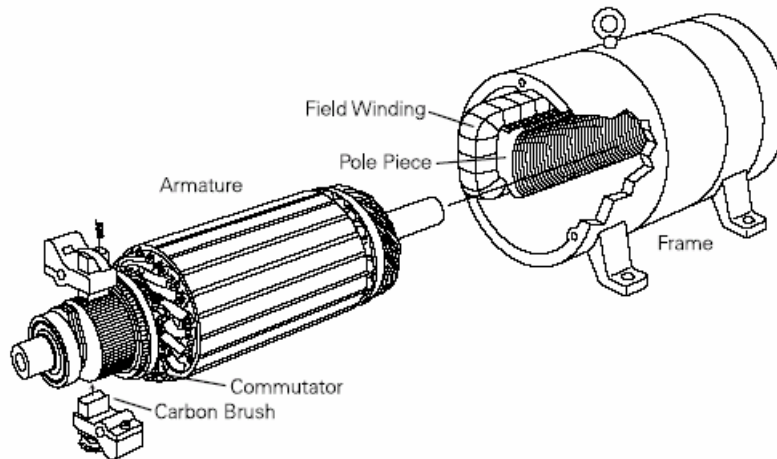
Entre o estator e o rotor encontra-se uma parte de ar que os separa: o entreferro.

A figura 1.7 representa um corte esquemático de uma máquina de corrente contínua. Para facilitar a interpretação não se representam o colector e as escovas e cada secção do induzido é representada apenas por um condutor. Assim, são peças constituintes do estator:

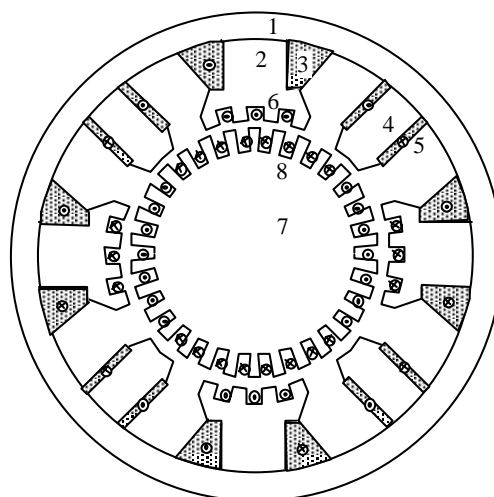
- A carcaça (1), que suporta a máquina e que também serve para a circulação do fluxo indutor
- Os pólos indutores (2), ou pólos principais, que juntamente com os enrolamentos de excitação (3) criam o fluxo magnético indutor principal (o seu número é designado por  $2p$ ).
- Os pólos auxiliares ou de comutação (4).
- Os enrolamentos de comutação (5).
- Os enrolamentos de compensação (6), destinados a reduzir o fluxo magnético provocado pelos enrolamentos do rotor.



(a) Corte longitudinal



(b) Vista do estator e rotor



(c) Corte transversal

Fig. 1.6. Constituição de uma máquina de corrente contínua

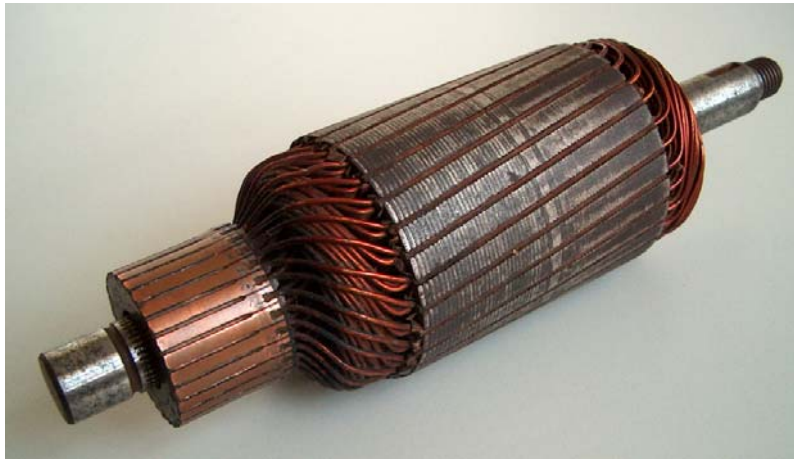
São peças constitutivas do rotor:

- O núcleo do rotor (7). Tem a forma cilíndrica e é ranhurado no sentido do eixo.

- Os enrolamentos do induzido (8). São colocados nas ranhuras do núcleo do rotor.

- O colector. É constituído por lâminas de cobre isoladas umas das outras e colocadas na direcção do veio.

São ainda partes constitutivas, os rolamentos, as escovas e porta escovas, os ventiladores etc.



*Figura 1.7: Rotor da máquina DC com colector, enrolamentos do induzido e núcleo do induzido.*

Seguidamente far-se-á uma breve descrição das principais partes constitutivas das máquinas de corrente contínua.

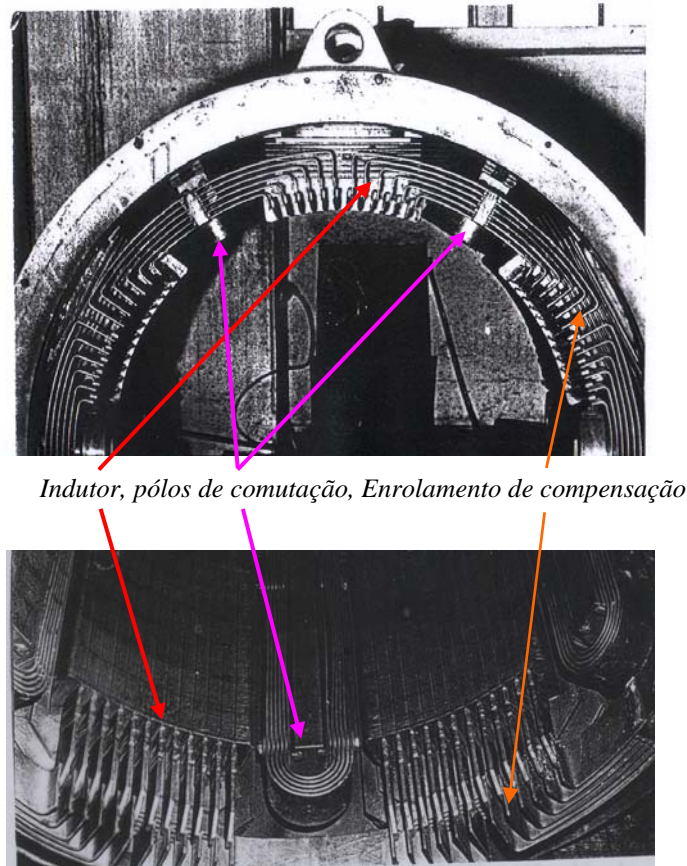
### **B1. Carcaça**

A carcaça é a parte que sustenta os pólos da máquina e pela qual se faz a fixação. Dado que o fluxo magnético é constante, não é necessário que esta peça seja folheada para evitar as perdas por correntes de Foucault. Neste sentido, esta peça pode ser fabricada em ferro fundido ou em aço.

### **B2. Pólos indutores**

Os pólos indutores têm o aspecto que se pode ver na figura 1.8. A parte mais próxima do rotor designa-se por expansão polar. Dado que estes pólos estão sujeitos a campo de indução magnética variável, são construídos em chapa magnética empilhada para se reduzirem as correntes de Foucault.

Os enrolamentos do circuito indutor são enrolamentos do tipo concentrado.



*Figura 1.8: Carcaça, pólos indutores, pólos de comutação e enrolamentos de compensação*

### **B3. Pólos auxiliares ou de comutação**

Os pólos auxiliares são colocados entre os pólos principais. São constituídos por um núcleo em chapa magnética e por um enrolamento que se liga em série com o enrolamento do induzido.

### **B4. Enrolamentos de compensação**

Colocados em cavas nos pólos principais (ver figura 1.8) estes enrolamentos só existem nas máquinas de potência elevada ( $> 150$  kW) pois encarecem a máquina de forma considerável. A sua acção será vista mais à frente.

### **B5. Núcleo do induzido**

Podem ser de dois tipos: em anel e em tambor. Os induzidos em anel já não são utilizados, mas aparecem frequentemente descritos em livros de Máquinas Eléctricas devido à sua maior facilidade de compreensão. Actualmente utilizam-se apenas induzidos em tambor feitos de chapa de aço magnético ranhurado (fig. 1.7). Note-se que, visto do rotor, o campo de indução magnética tem uma frequência que poderá ser



elevada. Esta frequência é proporcional à velocidade da máquina. Junto do induzido são colocados os dispositivos de refrigeração.

### B6. Enrolamentos do induzido

Os enrolamentos do induzido são constituídos por secções feitas em moldes e colocadas nas ranhuras do rotor. Estas secções são ligadas umas às outras e ao colector.

Os enrolamentos em anel de Gramme (fig. 1.9) foram os primeiros a serem inventados e hoje têm apenas interesse histórico ou pedagógico. Os enrolamentos em tambor ou Siemens substituíram os enrolamentos em anel devido ao facto de serem mais económicos. Pode demonstrar-se que um determinado enrolamento em tambor tem sempre um enrolamento em anel que lhe é equivalente. Assim, uma vez que é mais fácil de compreender, o enrolamento em anel será utilizado em algumas explicações que se seguirão mais à frente.

O enrolamento em anel executa-se sobre um anel de ferro colocando sobre ele um determinado número de espiras que se iniciam e terminam em lâminas adjacentes (fig.1.9) de forma que o enrolamento apresenta a forma de um circuito fechado.

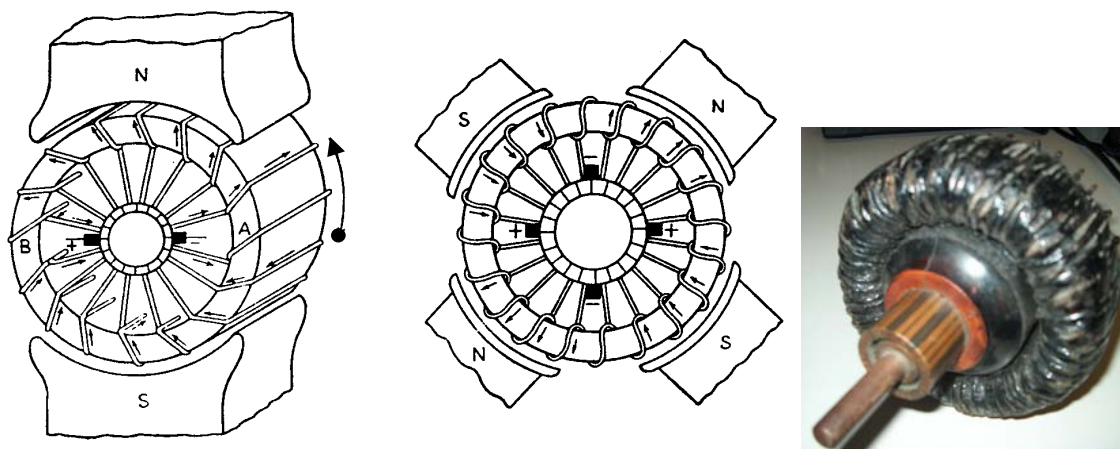


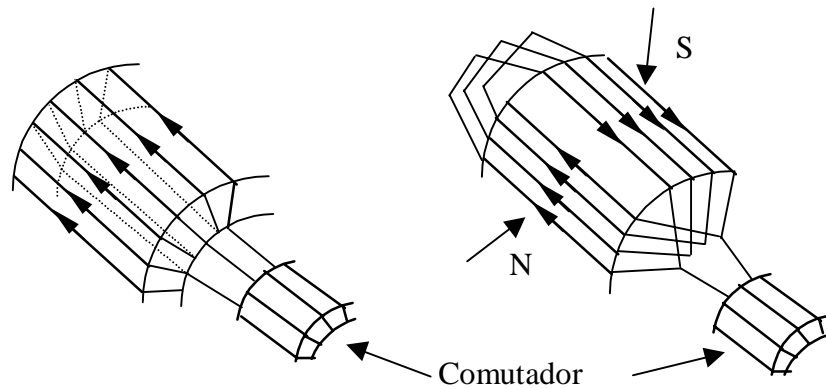
Fig. 1.9 Enrolamento em anel

As espiras enroladas conforme a fig. 1.9 possuem um condutor interno e outro externo ao anel. Os condutores externos, estão sujeitos ao campo de indução magnética  $B$  provocado pelo circuito indutor, e por isso, são sede de fenómenos de conversão electromecânica de energia. Estes condutores, quando forem percorridos por correntes, estão sujeitos à força de Laplace, e quando rodam a uma determinada velocidade geram-se neles f.e.m. induzidas.

Os condutores internos do anel não participam nos fenómenos de conversão electromecânica de energia pois não estão sujeitos a nenhum campo magnético, a não

ser o campo criado por eles próprios. Assim estes condutores são inactivos e têm a finalidade de ligar os condutores activos entre si.

Os condutores internos dos enrolamentos em anel, além de contribuírem para um aumento do peso e conseqüente aumento do volume e preço das máquinas, contribuem também para um aumento de resistência eléctrica do induzido. Para evitar os inconvenientes mencionados recorre-se ao enrolamento induzido tipo tambor. Neste enrolamento os condutores externos encontram-se instalados em cavas, não existindo condutores internos. O retorno da corrente de um condutor activo sob um determinado pólo é realizado por outro condutor activo noutra pólo de sinal contrário (fig. 1.10).



a) Princípio do enrolamento em tambor



b) Induzido

Fig. 1.10. Colector e enrolamento do induzido

### B7. Colector

A figura 1.10 mostra um corte de um colector. Geralmente o colector é realizado com lâminas de cobre isoladas. É torneado de modo a tomar uma forma rigorosamente cilíndrica permitindo que as escovas assentem perfeitamente.

A ligação aos condutores do enrolamento do induzido pode ser feita por soldadura ou por meio de ligadores apropriados.

O colector é realizado de forma diferente, consoante a potência e a velocidade máxima admissível da máquina, e constitui a peça mais delicada e mais cara de toda a máquina.

### B8. Escovas e conjunto de suporte

A figura 1.11 mostra uma estrutura típica das escovas e seu conjunto de suporte. As escovas podem ser de diversos materiais (Carvão, Metal, etc.) e diversas tipos (macias, duras, etc.). Actualmente empregam-se quase exclusivamente escovas gráficas ou de carvão e metal. A escova coloca-se no porta escovas, e é comprimida por meio de uma mola contra o colector. Esta compressão não deverá ser excessiva para evitar o seu rápido desgaste bem como um aumento das perdas mecânicas da máquina ( $150$  a  $250$   $\text{gf/cm}^2$ ).

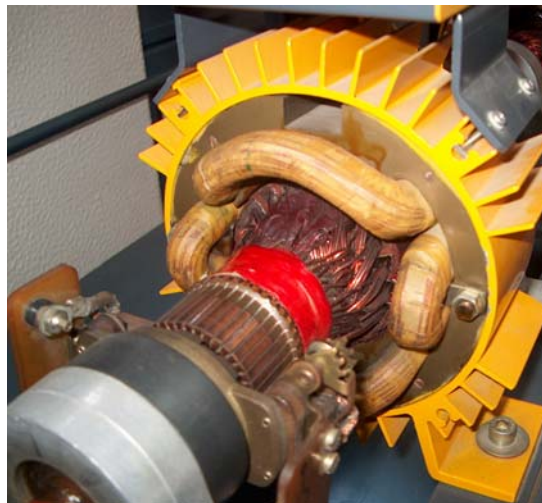
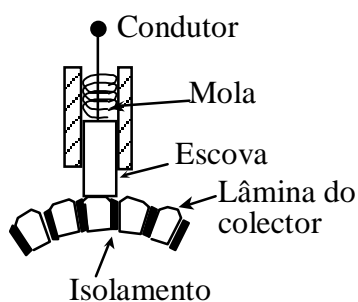


Fig.1. 11 Porta escovas e escovas.

Normalmente os porta escovas podem rodar em torno do colector de modo a permitir o ajuste da posição das escovas. Todas as escovas de igual polaridade são ligadas entre si por barras condutoras. Estas barras encontram-se ligadas aos terminais da máquina ou vão directamente ligar-se aos enrolamentos dos pólos auxiliares ou aos pólos de compensação que são ligados em série com o induzido.

## C - Princípio de funcionamento das máquinas de corrente contínua. O funcionamento do colector

### C1. Campo eléctrico induzido num condutor

Considere-se um condutor de comprimento  $L$  que se desloca à velocidade  $\vec{v}$  num campo de indução magnético  $\vec{B}$  suposto uniforme e constante no tempo. O campo eléctrico induzido em cada ponto desse condutor será:

$$\vec{E}_i = \vec{v} \times \vec{B} \quad (1.1)$$

e será máximo quando  $\vec{v}$  e  $\vec{B}$  forem perpendiculares (fig. 1.12).

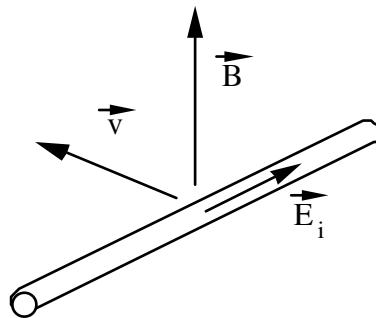


Fig. 1.12. Campo eléctrico induzido num condutor

A força electromotriz induzida no condutor será neste caso:

$$e = B L v \quad (1.2)$$

e será positiva ou negativa consoante os sentidos de  $\vec{v}$ ,  $\vec{B}$  e o sentido considerado positivo para a força electromotriz. Esta força electromotriz depende da geometria (de  $L$  e do ângulo entre  $\vec{v}$  e  $\vec{B}$ ), do valor do campo de indução magnética  $\vec{B}$  e da velocidade  $\vec{v}$ . É independente de outros factores, como por exemplo, se o condutor é percorrido ou não por corrente. No caso em que o condutor seja percorrido por uma corrente de intensidade  $i$ , para o cálculo da f.e.m. induzida, deve entrar-se com o campo existente e com o campo criado pela própria corrente, isto é, com o campo total existente em cada ponto.

## C2. Expressão da força mecânica sobre um condutor

Se o condutor da figura 1.13 for percorrido por uma corrente de intensidade  $i$ , a força de origem electromecânica que actua sobre ele pode ser calculada pela lei de Laplace:

$$d\vec{f} = i(d\vec{s} \times \vec{B}) \quad (1.3)$$

Se o condutor for perpendicular a  $\vec{B}$  e se deslocar transversalmente numa direcção perpendicular a  $\vec{B}$  (fig. 1.13), então a força que se exercerá sobre ele será.

$$f = B L i \quad (1.4)$$

e será negativa ou positiva consoante os sentidos de  $\vec{v}$ ,  $\vec{B}$  e  $\vec{f}$ .

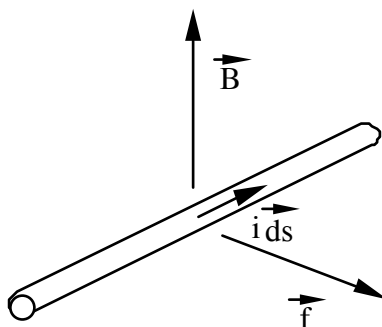


Fig. 1.13 Força exercida sobre um condutor

Deve notar-se que neste caso a força é independente da velocidade do condutor.

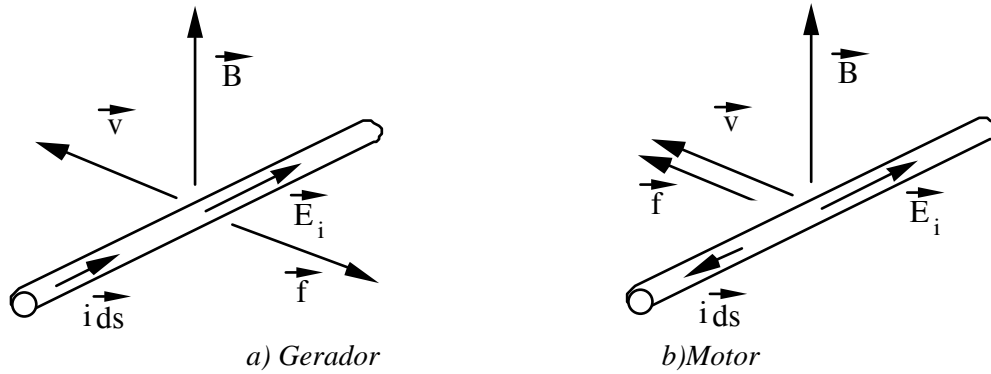
Para uma dada geometria só depende do campo de indução magnética  $\vec{B}$  e da corrente que o atravessa,  $i$ .

## C3. Potência mecânica num condutor em movimento.

Considere-se agora um condutor perpendicular a um campo de indução magnética  $\vec{B}$  que se desloca a uma velocidade  $\vec{v}$  perpendicular ao campo, e que é percorrido por uma corrente  $i$ . A figura 1.14 ilustra os casos em que a corrente tem os dois sentidos possíveis.

Como se referiu atrás, o campo eléctrico induzido tem o mesmo valor, direcção e sentido nos dois casos. Como o sentido da corrente é diferente, apenas a força mecânica  $\vec{f}$  se altera. No caso a), a força tem a mesma direcção mas sentido contrário ao movimento. A potência mecânica é negativa e pode ser dada por:

$$p = \vec{f} \cdot \vec{v} \quad (1.5)$$



a) Gerador  
b) Motor  
Fig. 1.14. Funcionamento motor e gerador

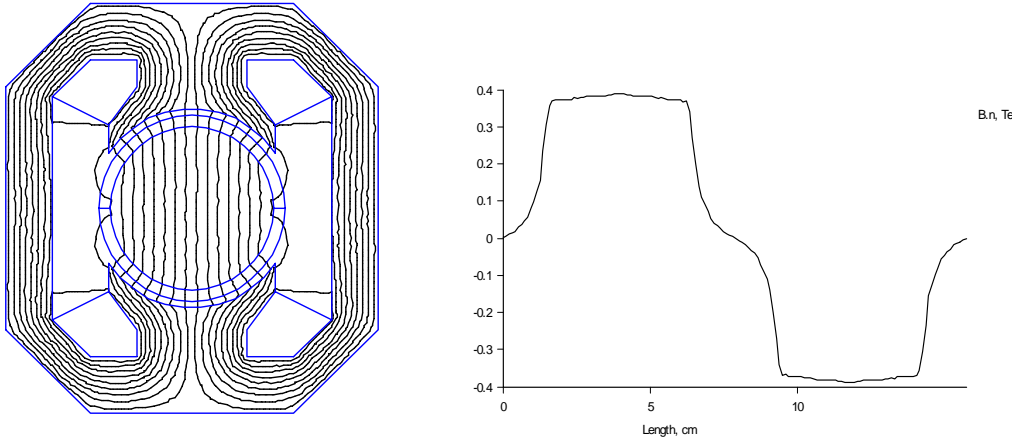
A força electromecânica  $\vec{f}$  actua no sentido contrário ao movimento tendendo a travá-lo. Por outro lado, deve notar-se que o sentido da corrente e o sentido do campo induzido são idênticos podendo a corrente  $i$  ser criada pelo próprio campo eléctrico induzido. (Note-se que  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ ). Resumindo, este condutor recebe energia mecânica e fornece energia eléctrica ao exterior, isto é, o sistema funciona como gerador.

No caso b), a força e a velocidade têm o mesmo sentido sendo a potência mecânica positiva. A corrente  $i$  e o campo eléctrico induzido  $\vec{E}_i$  têm agora sentidos opostos. Assim é necessário fornecer potência eléctrica ao condutor. Esta potência eléctrica é transformada em potência mecânica - o sistema funciona como motor.

#### C4. Princípio de funcionamento de uma máquina de corrente contínua

Na figura 1.15a volta a representar-se um esquema de corte de uma máquina de corrente contínua com vários pares de pólos. Nesta figura não se representam os condutores do induzido e mostram-se as linhas de força do campo criado pelo enrolamento do indutor.

Os pólos norte e sul são alternados. Convencionou-se chamar pólo norte aos pólos onde o campo  $B$  atravessa o entreferro no sentido do pólo indutor para o induzido. O campo de indução magnética  $\vec{B}$  tem, devido à simetria da máquina, um andamento periódico de período igual ao espaço correspondente a dois pólos (um Norte e outro Sul).



a) Linhas de força      b) Campo radial num período  
 Fig. 1.15. Campo de excitação da máquina de corrente contínua

Se se desprezar os efeitos das cavas e dentes, e se se considerar que a máquina é suficientemente longa de modo que o campo segundo o eixo seja nulo, tem-se em coordenadas cilíndricas:

$$\vec{B}(\theta) = B_r(\theta)\vec{e}_r + B_\theta(\theta)\vec{e}_\theta + 0\vec{e}_z \quad (1.6)$$

em que tanto  $B_r$  como  $B_\theta$  são funções periódicas de igual período da variável de posição  $\theta$ . A figura 1.15b representa o andamento típico do campo  $B_r(\theta)$ . Nesta figura admite-se que a linha de simetria de um pólo norte é a origem da coordenada de posição  $\theta$ .

Rodando a máquina a uma determinada velocidade, todos os condutores se deslocarão a velocidades de igual módulo. Tem-se:

$$\vec{v} = v\vec{e}_\theta \quad (1.7)$$

O campo eléctrico induzido em cada condutor será:

$$\vec{E}_i = \vec{v} \times \vec{B} = -vB_r\vec{e}_z \quad (1.8)$$

donde se pode concluir:

1. A componente  $B_\theta$  não entra no cálculo do campo eléctrico induzido. Apenas interessa a componente radial.

2. Sendo a velocidade  $v$  constante, o sentido e o valor do campo induzido tem a ver com o valor do campo de indução magnética  $B_r$ . Assim, os condutores que se encontrarem sob um pólo norte estão sujeitos a forças electromotrizes induzidas de sinal contrário aos condutores que se encontrarem sob um pólo sul.

3. Para que a máquina funcione como motor ou gerador de uma forma otimizada, é necessário que os binários correspondentes às forças exercidas sob todos os condutores se adicionem:

3.1. No sentido do movimento em funcionamento motor.

3.2. No sentido contrário ao movimento em funcionamento gerador.

Para que tal seja possível é necessário que a corrente que circula nos condutores:

A. Tenha sentido contrário ao campo eléctrico induzido em funcionamento motor em todos os condutores simultaneamente.

B. Tenha o mesmo sentido do campo induzido em funcionamento gerador em todos os condutores simultaneamente.

Assim, a representação do campo eléctrico induzido numa determinada figura que represente uma máquina de corrente contínua será também a representação da corrente (gerador), ou o seu contrário (motor).

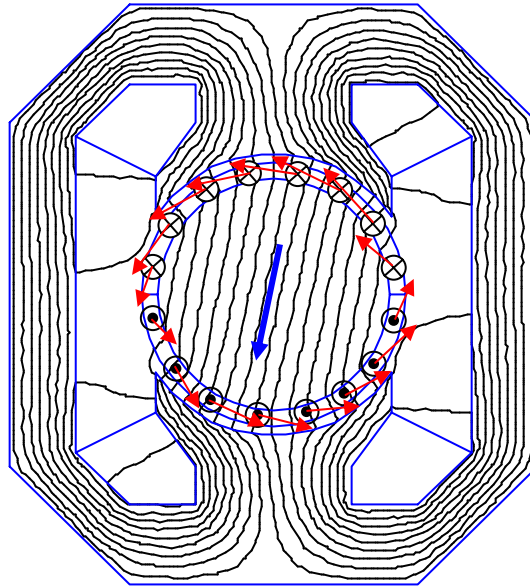
4. Pelo que ficou dito, pode concluir-se que terá de haver um dispositivo que troque o sentido da corrente quando os condutores ultrapassem as linhas onde o campo  $B_r$  se inverte. Estas linhas são designadas por linhas neutras e o dispositivo é designado por colector ou comutador.

Concluindo, pode afirmar-se que o colector deverá realizar as seguintes tarefas:

**T1.** Impor o mesmo sentido de correntes a todos os condutores que se encontrem sob pólos norte e sentidos contrários aos condutores que se encontrem sob a influência de pólos sul. Como consequência, os binários



correspondentes são somados com o mesmo sentido não havendo anulação de forças nuns condutores por forças de sentidos contrários noutros condutores.



*Fig. 1.16 Binários provocados pelas correntes nos condutores do induzido.*

A posição das correntes é independente dos condutores que as conduzem. Assim, todos os condutores que se encontrem sob um pólo norte conduzirão a corrente num sentido, e os condutores que se encontrem sob um pólo sul conduzirão a corrente no sentido contrário, ver figura 1.7.

**T2.** Trocar o sentido das correntes aos condutores que passam numa zona neutra, ou seja, aos condutores que passem numa zona onde o campo  $B_r$  se inverte.

**T3.** Para que a força electromotriz aos terminais da máquina seja elevada, o colector deve somar todas as forças electromotrizas induzidas em cada condutor. Esta tarefa é realizada colocando condutores do induzido em série de modo que as suas f.e.m. se somem, ou seja, o colector não deverá colocar em série condutores com forças electromotrizas em sentido contrário.

## C5. O Funcionamento do Colector

Para simplificar a análise, vai considerar-se uma máquina de induzido em anel. O estudo para um enrolamento em tambor seria mais complexo.

Considere-se então a máquina representada na figura 1.17. Esta figura representa a mesma máquina em 3 instantes consecutivos e ilustra o funcionamento do colector. Cada uma das 14 bobinas com uma espira que se encontram enroladas no anel são designadas por secções. Estas bobinas podem ter mais do que uma espira. Nesta figura optou-se por utilizar secções de uma espira para simplificar o desenho.

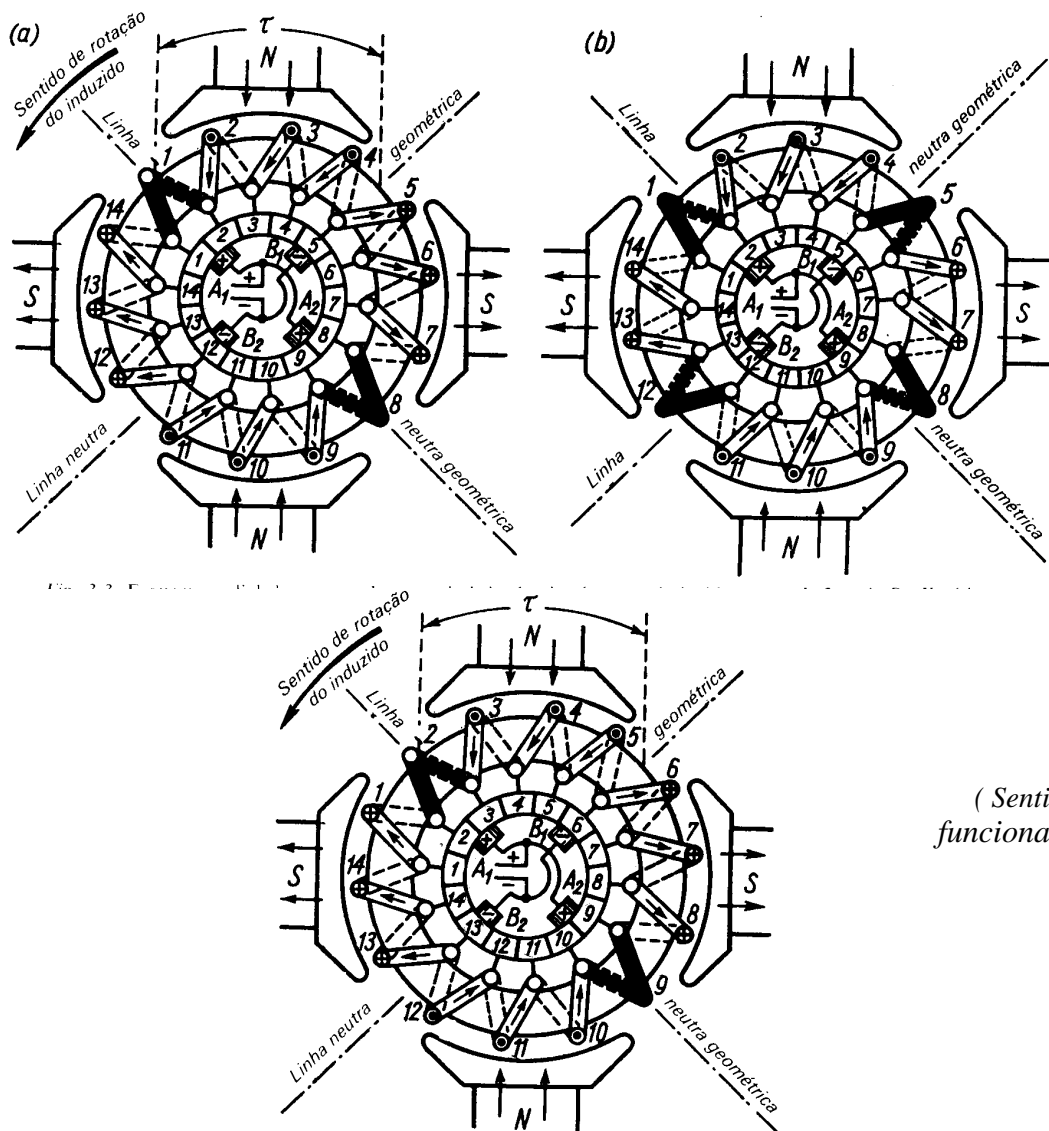


Fig. 1.17. Funcionamento do colector.

Assim, neste caso, as secções são constituídas por um condutor activo (no exterior do anel) e por um condutor passivo (no interior do anel). Os dois terminais de cada uma destas secções encontram-se ligados a duas lâminas contíguas do colector.

Considere-se a situação da alínea a). Analisando a figura, pode concluir-se:

1. As secções 1 e 8 que se encontram na linha neutra ( $B_r(\theta)=0$ ) encontram-se curto-circuitadas. Note-se que a f.e.m. induzida nestas secções é nula ( $e=BLv$  e  $B=0$ ) e por isso, apesar de se encontrarem curto-circuitadas não são percorridas por correntes de circulação. O caminho destas correntes de circulação para o caso da secção 1 seria: “lâmina 1, secção 1, lâmina 2, escova A1, lâmina 1”.

Podem concluir-se que estas secções seriam percorridas por correntes de circulação, na situação de comutação, se não se encontrassem na linha neutra, isto é, se se encontrassem em posições onde  $B \neq 0$ .

2. Existem 4 caminhos de circulação. Cada um destes circuitos realiza-se na parte do induzido que está sob um pólo indutor. A figura 1.18 representa a linearização da máquina da figura 1.17 quando esta se encontrar na posição da alínea a).

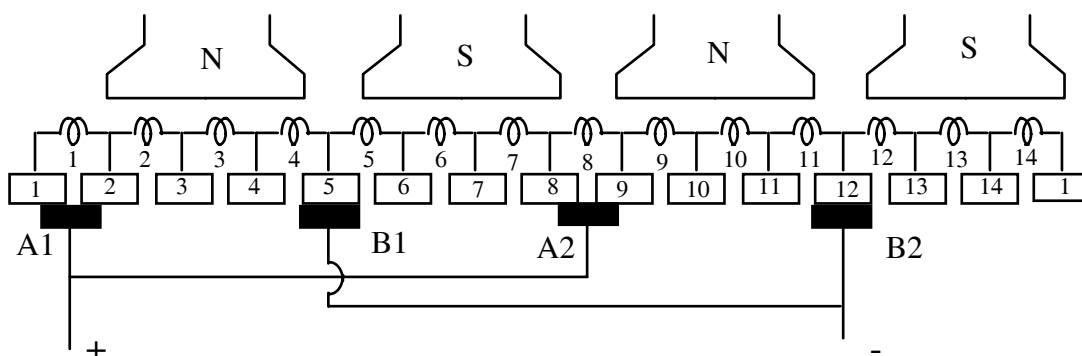


Fig. 18. Representação linearizada da máquina.

Concretizando, tem-se:

Caminho 1: T+, A1, L2, S2, S3, S4, L5, B1, T-

Caminho 2: T+, A2, L8, S7, S6, S5, L5, B1, T-

Caminho 3: T+, A2, L9, S9, S10, S11, L12, B2, T-

Caminho 4: T+, A1, L1, S14, S13, S12, L12, B2, T-

onde

T = Terminal; A, B = Escovas; L = Lâmina; S = Secção

Note-se que:

- Cada um destes 4 caminhos coloca em série 3 secções com a f.e.m. do mesmo sinal.
- Estes 4 caminhos são ligados às escovas de modo a que se encontrem em paralelo.
- As 4 somas das f.e.m. são ligadas de modo a respeitar as polaridades. A figura 1.19 ilustra esta afirmação. Para simplificar, não se representam as secções em comutação.

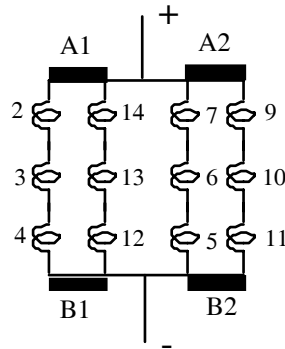


Fig. 1.19

- A força electromotriz aos terminais do induzido pode ser calculada circulando por qualquer um destes 4 caminhos pois ela é igual em todos eles.

Cada um destes caminhos designa-se por circuito derivado. O número destes circuitos é sempre um número par.

- A corrente aos terminais do induzido será a soma das 4 correntes que circularão em cada um destes caminhos. Dado que existe simetria, e sendo  $2a$  o número destes caminhos, tem-se

$$i_a = 2ai_{\text{secção}} \quad (1.9)$$

Considere-se agora a alínea b) da figura 1.17. Esta figura representa um instante seguinte ao da figura 1.17.a). Neste caso, as secções 1 e 8 estão a entrar em curto-circuito ou em comutação. A análise das forças electromotrizas e correntes que se pode fazer agora é idêntica à da alínea a).

A situação da figura 1.17.c) é perfeitamente idêntica à da figura 1.17.a). A localização das correntes é rigorosamente a mesma, mas os condutores que as conduzem são diferentes. Assim, onde se encontrava a secção 2 encontra-se agora o secção 3 e assim sucessivamente. O cálculo da f.e.m. e dos binários será rigorosamente idêntico ao caso da fig. 1.17.c).

## C6. Força electromotriz e corrente numa secção

Como se viu atrás, a f.e.m. induzida numa secção depende do campo  $B_r(\theta)$  e da velocidade. Se nos colocamos agora no referencial do rotor a velocidade constante, verificamos que a f.e.m. em cada secção tem a mesma forma do campo  $B_r(\theta)$ . É portanto uma função alternada no tempo. A sua frequência é proporcional à velocidade de rotação e ao número de pares de pólos. Esta f.e.m. está inteiramente relacionada com a posição que o seu condutor activo vai ocupando.

O sentido da corrente numa secção também vai sendo trocado à medida que a secção vai passando por uma zona neutra. É portanto também uma grandeza alternada e da mesma frequência que a f.e.m.. Estas duas grandezas estão representadas na figura 1.20.

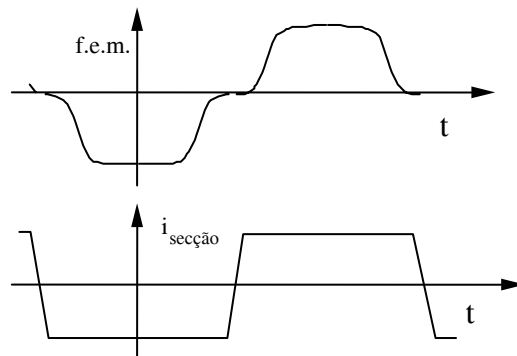


Fig. 1.20 F.e.m. e corrente numa secção de induzido.

Nesta figura considera-se a comutação da corrente linear. Note-se que as duas formas de onda da fig. 1.20 se encontram em fase.

### Exemplo 1.2

Calcular a frequência das correntes do rotor da máquina da figura 1.7 quando rodar à velocidade de 1200 rpm.

### Resolução

A máquina tem 2 pares de pólos. Por cada rotação, cada secção sofre variações de campo de  $p=2$  períodos. Sendo  $n$  a velocidade em rotações por segundo e  $f$  a frequência, tem-se:

$$f = p n = p N/60 = 2 \times 1200/60 = 40 \text{ Hz.}$$

## D - O Modelo Matemático das Máquinas de Corrente Contínua

### D1. Expressão da força electromotriz

Considere-se uma máquina de corrente contínua. Para simplificar a análise, admita-se que o seu enrolamento do induzido é em anel e que esta máquina tem  $2p$  pólos e  $2a$  circuitos derivados. O número total de condutores activos é designado pela letra  $Z$ . Tendo em conta as considerações feitas na secção anterior, o cálculo de força electromotriz induzida aos terminais do circuito do induzido pode ser feito somando todas as forças electromotrizes induzidas nos condutores que constituem um circuito derivado. Seja, por exemplo, o representado na figura 1.21.

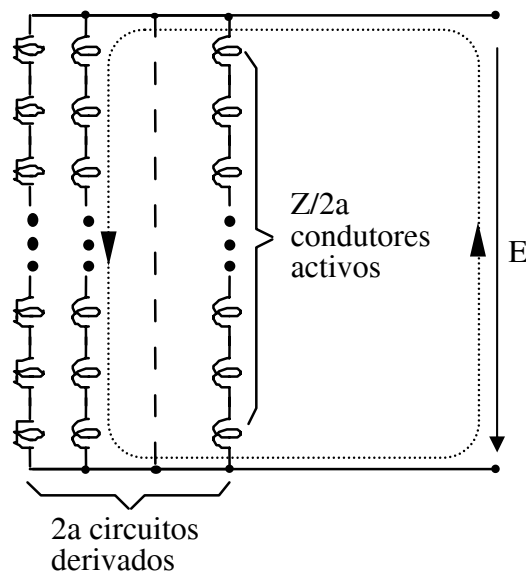


Fig 1.21 Caminho de circulação para o cálculo da força electromotriz.

Assim, para os  $Z/2a$  condutores que constituem o circuito derivado, ter-se-á:

$$E = e_1 + e_2 + \dots + e_{z/2a} = \sum_{k=1}^{Z/2a} e_k = Lv \sum_{k=1}^{Z/2a} B_r(x_k) \quad (1.10)$$

Onde  $x_k$  são as coordenadas das posições de cada um dos  $Z/2a$  condutores, e  $B_r(x_k)$  o valor do respectivo campo de indução magnética.

Quando o número total de condutores  $Z$  for grande, e o número de lâminas do colector for elevado, a expressão 1.10 toma a forma simplificada:

$$E = Lv \frac{Z}{2a} B_{av} \quad \text{onde} \quad B_{av} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} B(x) dx \quad (1.11)$$

em que  $\tau$  é o passo polar, isto é, o comprimento da periferia do rotor correspondente a um pólo. O integral é efectuado sob um pólo magnético indutor. Definindo o fluxo útil por pólo  $\phi$ :

$$\phi = L \tau B_{av} \quad (1.12)$$

e como a velocidade tangencial pode ser dada por:

$$v = 2p \tau n$$

em que  $n$  é o número de rotações por segundo, a expressão 1.11 toma a forma:

$$E = L \frac{Z}{2a} \frac{\phi}{L \tau} 2p \tau n = \frac{2p}{2a} Z \phi n \quad (1.13)$$

ou

$$E = \frac{2p}{2a} Z \phi n \quad (1.14)$$

Este resultado constitui a expressão clássica da força electromotriz numa máquina de corrente contínua. Está escrita em termos dos parâmetros construtivos ( $p$ ,  $a$  e  $Z$ ), do estado magnético ( $\phi$ ) e do estado mecânico ( $n$ ) da máquina.

## D2. Modelo matemático da máquina de corrente contínua.

Depois de obtida a expressão da força electromotriz da máquina de corrente contínua, o seu modelo matemático fica imediatamente determinado. Assim, para o enrolamento de excitação e em regime permanente tem-se:

$$U_f = r_f I_f \quad (1.15)$$

Para o enrolamento do induzido, em regime permanente e segundo a convenção motor, tem-se:

$$U_a = r_a + E \quad (1.16)$$

em que  $E$  depende dos parâmetros da máquina e do seu estado conforme a equação 1.14.

As equações 1.15 e 1.16, e a lei fundamental da mecânica (segunda lei de Newton) que traduz o equilíbrio mecânico, constituem o modelo matemático em regime permanente da máquina de corrente contínua.

Às equações 1.15 e 1.16 corresponde o esquema equivalente da figura 1.22.

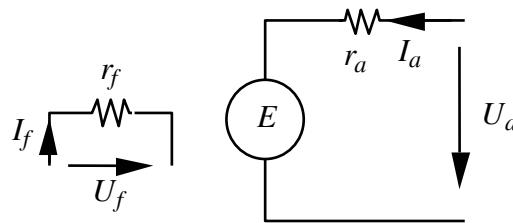


Fig. 1.22 Esquema equivalente em regime permanente da máquina de corrente contínua.

Deste esquema equivalente, pode concluir-se:

1. Quando a máquina funcionar como motor, a corrente  $I_a$  é positiva na convenção adoptada. Então  $U_a > E$ .
2. Quando a máquina funcionar como gerador, a corrente  $I_a$  é negativa e portanto  $U_a < E$ .

Além das equações 1.15 e 1.16 há que considerar a equação de equilíbrio mecânico no veio. Em regime permanente, tem-se:

$$M_{em} = M_c \quad (1.17)$$

onde  $M_{em}$  é o binário electromagnético desenvolvido pela máquina de corrente contínua e  $M_c$  o binário de carga que se impõe no exterior da máquina.

### D3. Balanço Energético.

Se se considerar uma máquina de corrente contínua em funcionamento motor, a partir das equações 1.15 e 1.16 após operações algébricas simples, obtém-se:



$$P_f = U_f I_f = r_f I_f^2 \quad (1.18)$$

$$P_a = U_a I_a = r_a I_a^2 + E I_a \quad (1.19)$$

As expressões 1.18 e 1.19 traduzem o balanço energético na máquina de corrente contínua. Assim, toda a energia fornecida ao circuito de excitação é dissipada nos seus enrolamentos. Neste circuito não há conversão electromecânica de energia. O seu objectivo é o de criar um campo de indução magnética que possibilita a conversão electromecânica de energia noutro circuito, o circuito do induzido. O circuito do indutor pode ser substituído por ímanes permanentes. Hoje em dia, com o desenvolvimento da tecnologia, esta solução é cada vez mais frequente. Tem a vantagem de reduzir as perdas na máquina, mas tem o inconveniente de não permitir a regulação do nível do fluxo. Como se verá mais à frente, esta regulação pode desempenhar um papel muito importante no controlo da máquina tanto em funcionamento motor como em funcionamento gerador.

A expressão 1.19 traduz o balanço energético no circuito do induzido. Parte da potência eléctrica entregue ao induzido ( $U_a I_a$ ) é dissipada nos seus enrolamentos ( $r_a I_a^2$ ) e a outra parte ( $E I_a$ ) é transformada em potência mecânica.

Da potência transformada em potência mecânica nem toda pode ser utilizada. Além das perdas mecânicas, há que considerar também as perdas no ferro do induzido e nas peças polares do estator.

As perdas mecânicas são de dois tipos:

1. Perdas de atrito que se verificam nos rolamentos e nos contactos escova colectora.
2. Perdas de ventilação que são devidas aos sistemas utilizados na remoção do calor do interior da máquina.

As perdas no ferro no induzido resultam do campo magnético no rotor ser variável no tempo. Assim, existirão perdas de histerese que são proporcionais à velocidade de rotação e perdas por correntes de Foucault que são proporcionais ao quadrado da mesma velocidade. Uma vez que se produzem no rotor, estas perdas traduzem-se por um binário que se vai opor ao movimento. Estas têm o mesmo comportamento das perdas mecânicas.

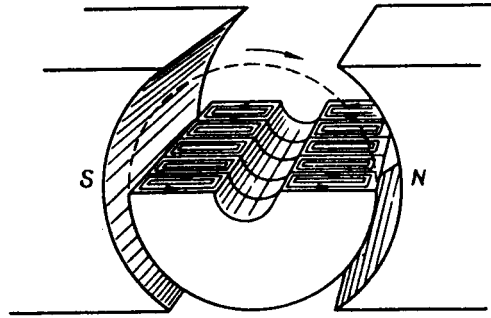


Fig. 1.23 Correntes de Foucault no rotor de uma máquina de corrente contínua.

Em funcionamento motor, o balanço energético pode ser representado pelo esquema da figura 1.24.

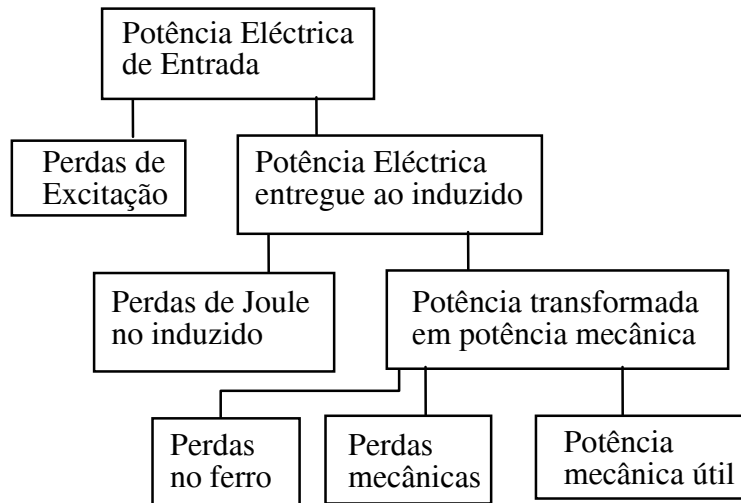


Fig. 1.24 Diagrama energético em funcionamento motor.

Em funcionamento gerador, tal como nos outros tipos de máquinas eléctricas, a máquina recebe potência mecânica no veio. A maior parte desta potência (à excepção das perdas mecânicas e no ferro) é transformada em potência eléctrica que é fornecida aos circuitos eléctricos aos quais se encontra ligada depois de descontadas as perdas eléctricas no seu interior.

#### D4. Obtenção da expressão do binário electromagnético.

A expressão do binário pode ser obtida de uma forma análoga à utilizada para a obtenção da expressão da força electromotriz. Em vez de se somarem todas as forças electromotrices induzidas nos condutores ao longo de um circuito derivado devem-se somar agora todos os binários criados em todos os condutores activos. Para simplificar o cálculo, vai utilizar-se alguns critérios de simetria e fazer o cálculo sobre um pólo do

indutor. Assim, sendo  $R$  o valor do raio do rotor onde se encontram os condutores, e sabendo que cada condutor activo é percorrido por uma corrente igual a  $I_a/2a$ , considerando a expressão 1.4, tem-se:

$$M_{em} = R \sum_{k=1}^Z f(k) = R 2p \sum_{k=1}^{Z/2p} L \frac{I_a}{2a} B_r(x_k) \quad (1.20)$$

$$M_{em} = R L \frac{2p}{2a} I_a \sum_{k=1}^{Z/2p} B_r(x_k) = \frac{2p}{2a} L R I_a \frac{Z}{2p} B_{av}$$

como  $\phi = L \tau B_{av} = L \frac{2\pi R}{2p} B_{av}$ , obtém-se:

$$M_{em} = \frac{1}{2\pi} \frac{2p}{2a} Z \phi I_a \quad (1.21)$$

que é a expressão clássica do binário electromagnético de uma máquina de corrente contínua.

Pode verificar-se que estes resultados são consistentes, ou seja, as expressões 1.14, 1.19 e 1.21 não violam o princípio da conservação da energia. Com efeito, a potência electromagnética pode ser dada por:

$$P_{em} = E I_a = \frac{p}{a} Z \phi n I_a \quad (1.21)$$

ou pela conhecida expressão:

$$P_{em} = M_{em} \omega_m = M_{em} 2\pi n \quad (1.22)$$

donde

$$P_{em} = \frac{1}{2\pi} \frac{p}{a} Z \phi I_a 2\pi n \quad (1.23)$$

que é idêntica à expressão 1.21. Fica assim confirmado que efectivamente o produto  $E I_a$  representa a potência transformada em potência mecânica ou vice-versa.

**Exemplo 1.3**

O induzido de uma máquina de corrente contínua de 8 pólos tem as seguintes características:

Número de condutores activos - 300

Superfície de entreferro sob um pólo -  $250\text{cm}^2$

Indução magnética média no entreferro - 1T

Admitindo um enrolamento imbrincado simples ( $p=a$ ), qual a f.e.m. e o binário quando a máquina rodar a 1200rpm e circular em cada um dos seus condutores uma corrente de 50A. Determine também o valor da corrente do induzido.

Resolva o mesmo problema admitindo que o enrolamento é ondulado simples.

**Resolução.**

O fluxo por pólo é:

$$\phi = B S = 1 \times 250 \times 10^{-4} = 2.5 \times 10^{-2} \text{ Wb}$$

A. Enrolamento Imbrincado

Neste caso  $p=a=4$

$$E = \frac{p}{a} Z \phi n = 1 \times 300 \times 2.5 \times 10^{-2} \times 1200/60 = 150 \text{ V}$$

A corrente no induzido será:  $I_a = 2a I_{\text{condutor}} = 400\text{A}$

O binário:

$$T = \frac{1}{2\pi} \frac{p}{a} Z \phi I_a = \frac{1}{2\pi} \times 1 \times 300 \times 2.5 \times 10^{-2} \times 400 = 477.4 \text{ Nm}$$

B. Enrolamento ondulado

Neste caso  $p=4$   $a=1$ , donde

$$E = 4 \times 150 = 600\text{V}, \quad I_a = 100\text{A}$$

Como a corrente agora é 4 vezes menor e a relação  $p/a$  é 4 vezes maior resulta um binário idêntico ao caso anterior.

**OBSERVAÇÃO:**

Deste exercício pode concluir-se que para os dois enrolamentos a máquina tem a mesma potência. Os valores da potência mecânica são idênticos pois a velocidade e o binário são iguais. Por outro lado, os valores da potência do induzido são também idênticos pois os produtos de  $E I_a$  são iguais. Aos terminais de uma máquina com enrolamentos ondulado existe, em geral, uma tensão mais elevada e uma corrente mais baixa do que aos terminais de uma máquina equivalente de enrolamentos imbrincados.

**D5. A reacção magnética do induzido**

Até aqui considerou-se que o fluxo que atravessa o entreferro da máquina é devido apenas ao circuito indutor, isto é, o fluxo por pólo, ou o campo  $B$  em cada ponto, são devidos apenas ao circuito de excitação. Esta hipótese só é exacta quando não circular nenhuma corrente no induzido. Com efeito, quando circular uma corrente no induzido, ela também criará uma distribuição de f.m.m. e por conseguinte uma distribuição de campo de indução magnética. O fluxo resultante será criado pela soma das duas distribuições de f.m.m..

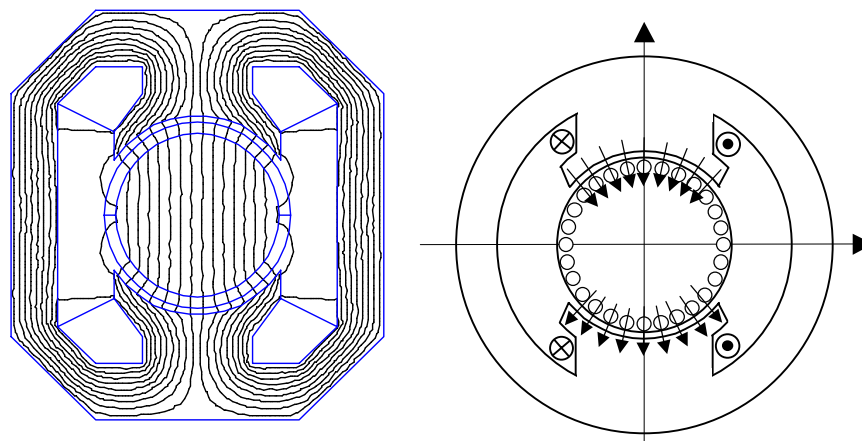


Fig. 1.25.a Campo principal.

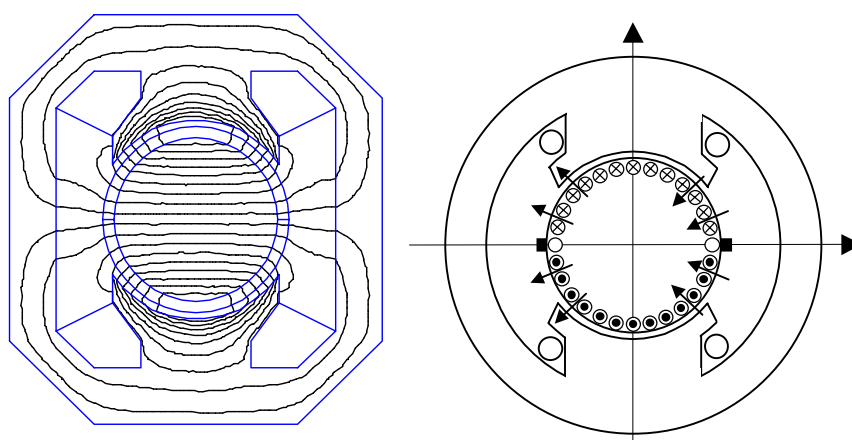


Fig. 1.25.b Campo do induzido.

As figuras 1.25.a e 1.25.b representam as distribuições de campo, numa máquina bipolar, respectivamente do campo criado pelo indutor quando  $I_a=0$ , e do campo criado pelo induzido quando  $I_f=0$ . Pode verificar-se que os eixos de simetria destes dois campos são perpendiculares.

A figura 1.26 mostra a distribuição de campo total criado numa situação normal de funcionamento.

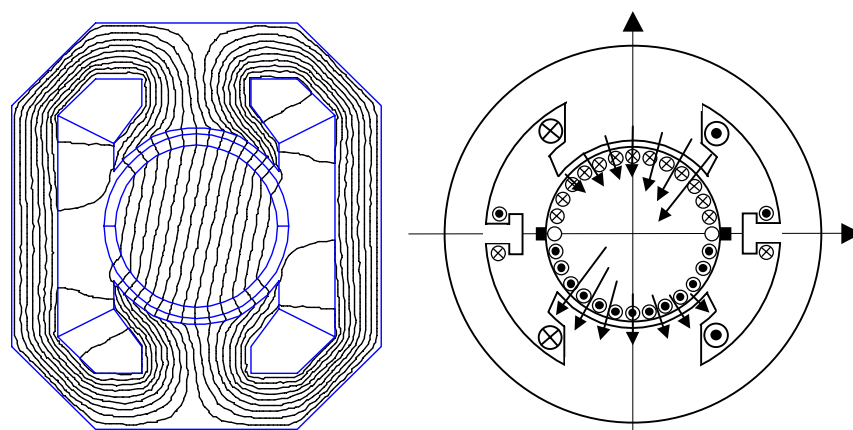


Fig 1.26 Campo total devido ao induzido e ao indutor.

Pode observar-se que a linha neutra em carga, isto é, a linha onde a f.e.m. nos condutores se inverte, está na realidade desfasada em relação à linha neutra em vazio que corresponde à linha neutra geométrica. O ângulo de decalagem  $\alpha$  depende da relação entre a intensidade das f.m.m. do indutor e do induzido. Quando a corrente do indutor for constante, este ângulo aumenta com o aumento da corrente do induzido.

Para se obter a f.e.m. máxima é assim necessário deslocar a linha das escovas de um certo ângulo  $\alpha'$ . Note-se que  $\alpha' \neq \alpha$  pois ao deslocar-se a linha neutra das escovas, a distribuição da f.m.m. do induzido é alterada e a fig 1.26 já não é válida. Se se não deslocarem as escovas, a f.e.m. em carga  $E'$  terá um valor mais baixo do que a f.e.m. em vazio  $E$ , e a diferença entre estes dois valores é a queda de tensão devida à "reacção magnética do induzido".

$$\varepsilon = E' - E = f(I_f, I_a) \quad (1.24)$$

A não colocação das escovas na linha neutra magnética tem como consequência a má comutação do colector. Com efeito, as escovas põem em curto-circuito secções onde a f.e.m. não é nula por se encontrarem numa zona em que o campo  $B$  não é nulo. A comutação faz-se de forma deficiente pois sobre as secções em curto-circuito circularão correntes elevadas.

Para melhorar a comutação pode utilizar-se um dos dois processos seguintes:

1. Fazer uma decalagem das escovas como já se falou anteriormente.
2. Utilizar um sistema de pólos e enrolamentos auxiliares designados por pólos e enrolamentos de comutação.

Os efeitos da reacção magnética do induzido podem ser compensados por outro enrolamento auxiliar designado por enrolamento de compensação. Nas secções seguintes vamos analisar estes dois casos.

### **Máquina de corrente contínua com pólos auxiliares de comutação.**

Nas figuras 1.27 e 1.28 retoma-se as distribuições de linhas de força para os casos tratados na figura 1.25. Agora representa-se também a distribuição do campo e da f.m.m. ao longo da periferia.

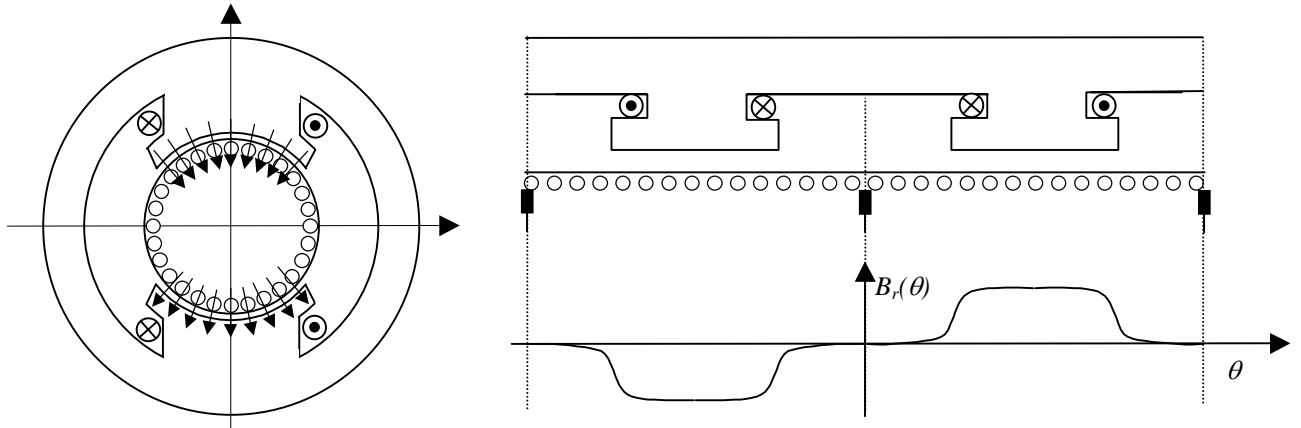


Fig. 1.27 Distribuição do campo indutor.

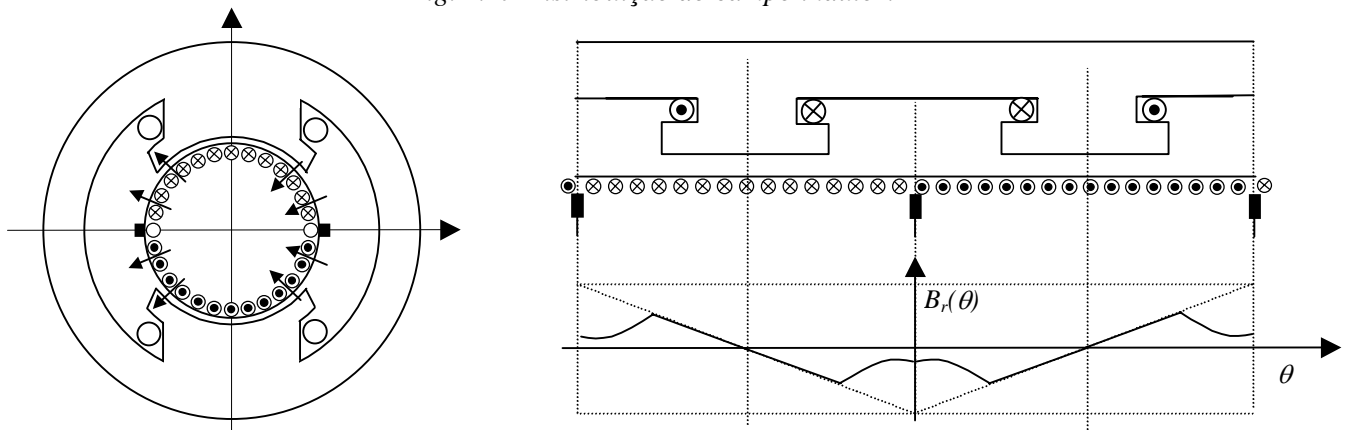


Fig. 1.28 Distribuição do campo do induzido.

A distribuição de f.m.m. do indutor é rectangular pois é criada por um enrolamento concentrado. A distribuição de f.m.m. do induzido é triangular pois os condutores encontram-se uniformemente distribuídos ao longo da periferia do induzido.

A figura 1.29 representa a distribuição de correntes no espaço numa máquina com enrolamentos e pólos de comutação. Junto à linha neutra geométrica, os enrolamentos de comutação vão criar uma f.m.m. localizada de modo a anular a f.m.m. do induzido (fig. 1.30) e por consequência anular o campo B nas secções que se encontrarem em comutação. Provoca-se assim uma boa comutação à custa do anulamento da f.e.m. nas secções em comutação.

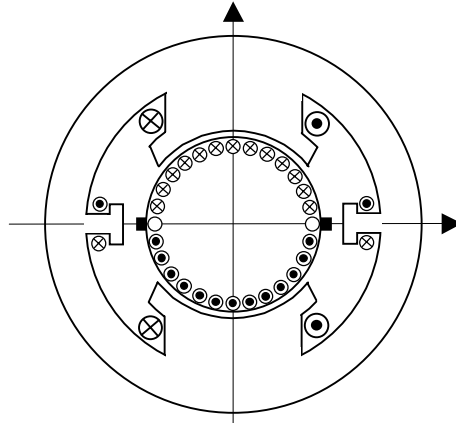


Fig. 1.29 Polaridade dos pólos de comutação

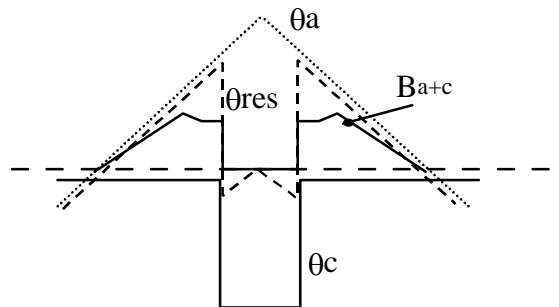


Fig. 1.30 F.m.m e campo  $B$  resultante junto da linha neutra geométrica.

Na figura 1.31 representa-se a distribuição total de f.m.m. e a forma de onda do campo resultante admitindo não saturação do circuito magnético.

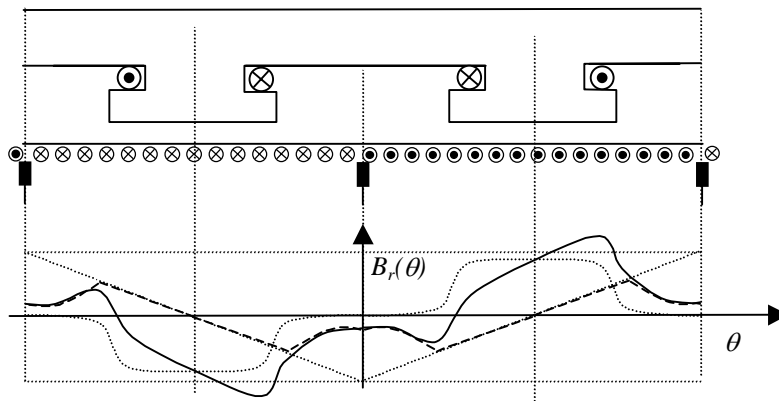


Fig 1. 31 Distorção do campo resultante em carga devido à reacção do induzido.

A figura 1.32 representa a distribuição de campo ao longo da periferia numa máquina com pólos e enrolamentos de comutação. Para que este processo de melhoria de comutação funcione independentemente do valor da corrente do induzido, é necessário que a corrente que percorra o enrolamento auxiliar seja igual, ou proporcional, à corrente que percorra o induzido.



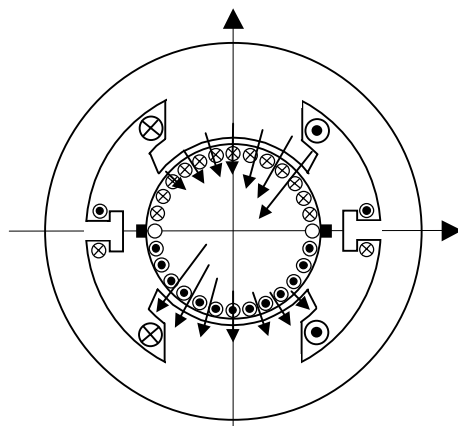


Fig 1.32 Campo resultante em carga de uma máquina com pólos de comutação.

### Máquina de corrente contínua com enrolamentos de compensação.

Numa máquina real, onde a saturação magnética se faz sentir, a distribuição do campo no entreferro traduz-se por uma saturação apreciável de um dos lados polares e dos dentes rotóricos nas redondezas. Se não houvesse saturação, a diminuição do campo de um dos lados (fig 1.31 e 1.32) seria compensada por um aumento de igual amplitude no lado oposto. Assim, neste caso o fluxo útil por pólo manter-se-ia constante e a reacção magnética do induzido não se traduziria por nenhuma diminuição da força electromotriz.

Na realidade, como há saturação, uma variação igual para cima ou para baixo na f.m.m. não se traduz em igual variação do campo de indução magnética (fig 1.33).

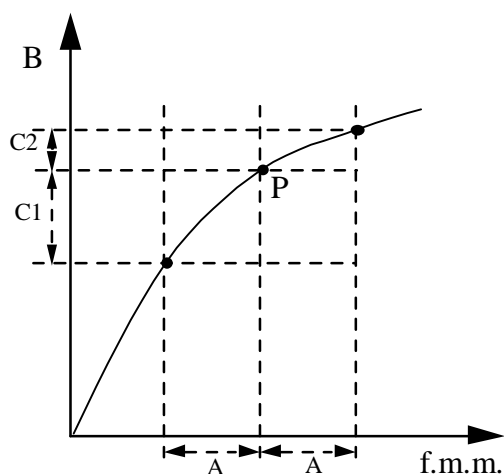


Fig 1.33. Efeito da saturação.

Sendo P (fig. 1.33) o ponto de funcionamento de uma determinada localização da periferia por debaixo de um pólo magnético, e sendo A a variação para cima e para baixo da força magnetomotriz nessa posição da periferia, pode verificar-se que a

diminuição de  $A$  dá origem a uma diminuição de  $C1$  superior ao aumento  $C2$  provocado pelo mesmo aumento de  $A$  da força magnetomotriz.

Assim, na presença de saturação, o aumento do campo  $B$  de um dos lados não compensa a diminuição do lado oposto e por consequência há uma diminuição do fluxo e da f.e.m. em carga.

O efeito desfavorável da distorção do campo nos dois lados da peça polar pode ser compensado pelo enrolamento de compensação. Este é colocado nas sapatas polares e é percorrido por correntes cujo efeito magnético é antagónico das do induzido que lhes estão mais próximas (fig. 1.36). Este enrolamento age portanto segundo o eixo interpolar e compensa uma parte da f.m.m. do induzido.

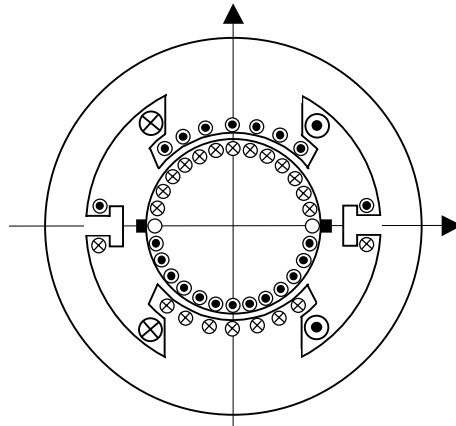


Fig. 1.34. Enrolamento de compensação.

A figura 1.35 mostra as diversas ondas de f.m.m. e a sua resultante sob a linha neutra geométrica, também designada por eixo transversal. A mesma figura mostra também a distribuição de campo resultante dos enrolamentos do induzido, de comutação e de compensação.

O enrolamento de compensação elimina o efeito de distorção provocada pela reacção do induzido (fig. 1.31 e 1.32)

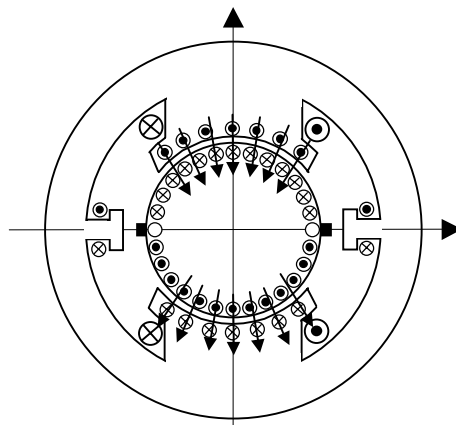


Fig 1.35. Campo de indução magnética resultante numa máquina em carga e compensada.

A distribuição de campo total numa máquina compensada (fig. 1.36) é semelhante à distribuição de campo da mesma máquina em vazio (fig. 1.27). Assim, tudo se passa como se o enrolamentos do induzido ao ser percorrido por corrente eléctrica não produzisse campo magnético. Isto acontece assim, pois junto às correntes do induzido são colocados outras correntes no estator de sinal contrário que lhes anulam o efeito magnético.

Das considerações que se acabam de expor pode concluir-se que o modelo matemático traduzido pelas equações 1.14, 1.15 e 1.16 é válido com ou sem reacção magnética do induzido. Note-se que ele foi obtido a partir de uma distribuição qualquer de campo de indução magnética ao longo da periferia. Assim o cálculo da f.e.m. da expressão 1.10 que deu origem à expressão 1.14 é válido também para um caso mais complexo como é o caso das figuras 1.32 ou 1.35. Nas máquinas não compensadas, o fluxo útil por pólo  $\phi$  é o fluxo total do indutor e induzido e, naturalmente, varia com a corrente do induzido. Nas máquinas compensadas, o mesmo fluxo  $\phi$  é também o fluxo resultante de todos os enrolamentos. Como os enrolamentos de compensação anulam os efeitos dos enrolamentos do induzido, pode concluir-se que, nos casos de compensação perfeita, este fluxo  $\phi$  depende apenas do circuito de excitação.

## E - Características dos Motores de Corrente Contínua

### E1. Motores de excitação em derivação

A figura 1.36 apresenta o esquema de ligações de um motor de excitação em derivação.

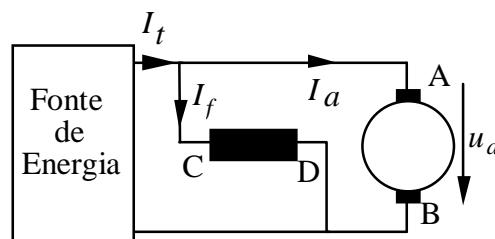


Fig. 1.36. Esquema de ligações do motor de excitação em derivação.

A corrente total consumida  $I_t$  vai dividir-se na corrente do indutor  $I_f$  que vai criar o fluxo  $\phi$  e na corrente  $I_a$  que circula no induzido e vai produzir o binário. Tem-se:

$$I_t = I_a + I_f \quad (1.25)$$

Fazendo  $K_T = \frac{p}{a} \frac{z}{2\pi}$ , a expressão do binário escreve-se:

$$M_{em} = K_T \phi I_a \quad (1.26)$$

Em regime permanente, a equação do equilíbrio das tensões escreve-se:

$$U = U_a = E + r_a I_a \quad (1.27)$$

Quando o motor rodar em vazio, isto é sem carga mecânica, a corrente  $I_a$  é muito pequena (a potência fornecida corresponde apenas às perdas mecânicas e no ferro). À medida que se vai pedindo carga mecânica, aumentando o binário resistente, a corrente  $I_a$  toma um valor de modo a que o binário electromagnético que lhe corresponda iguale o binário resistente pedido. O aumento da potência electromagnética vai compensar o aumento da potência mecânica pedida e o correspondente aumento de perdas.

Quando a tensão de alimentação for imposta num determinado valor constante, o motor é caracterizado por 3 variáveis: A corrente  $I_a$ , o binário  $M_{em}$  e a velocidade de rotação  $N$ .

Geralmente define-se o funcionamento de um motor por meio de duas características que mostram como variam o binário e a velocidade em função da corrente  $I_a$ .

a) Binário  $M_{em}$

O fluxo  $\phi$  é constante (pois  $U$  é constante o que implica que  $I_f$  seja constante). Da relação 1.26 pode concluir-se que o binário varia linearmente em função da corrente  $I_a$ .

b) Velocidade  $N$

Da equação 1.27, fazendo  $K_e = \frac{p}{a} \frac{Z}{60}$ , e sendo  $N$  a velocidade em rotações por minuto, tira-se:

$$N = \frac{U - r_a I_a}{K_E \phi} \quad (1.28)$$

A velocidade é portanto ( $\phi = \text{cte}$ ) ligeiramente decrescente com a corrente  $I_a$ .

Estas duas características encontram-se representadas na figura 1.37.

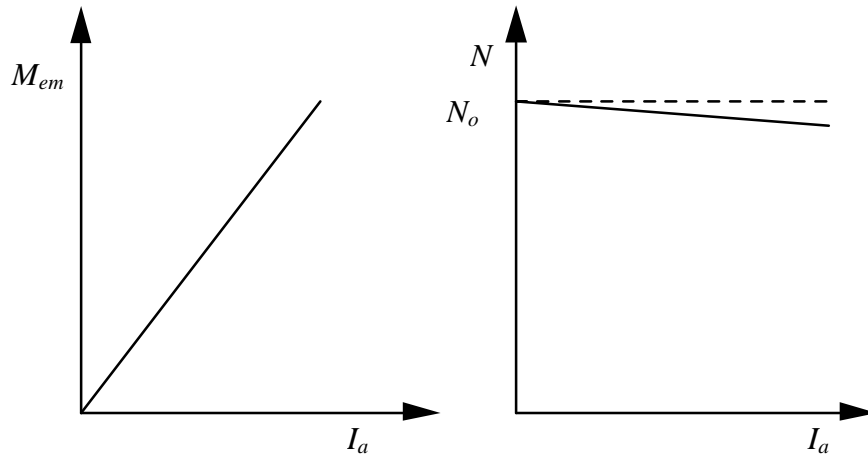


Fig. 1.39 Características de um motor de excitação em derivação.

A característica electromecânica pode ser obtida por eliminação da corrente  $I_a$  nas equações 1.26 e 1.28. Obtém-se:

$$N = \frac{U}{K_E \phi} - \frac{r_a}{K_E K_T \phi^2} M_{em} \quad (1.29)$$

Verifica-se que a velocidade varia pouco com o binário. Assim esta máquina é uma máquina de velocidade quase constante. A característica electromecânica encontra-se representada na figura 1.38. Nesta figura representa-se também a mesma característica no quarto quadrante. Neste quadrante a máquina funciona como gerador.

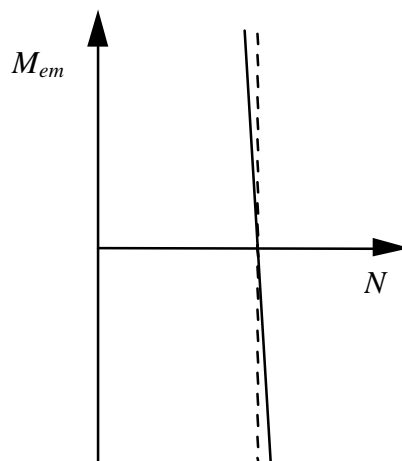


Fig. 1.38 Característica electromecânica do motor derivação.

Nota: O anulamento ocasional da corrente de excitação, e por consequência do fluxo de excitação, traz problemas graves para esta máquina. Com efeito, se se atender

à equação 1.28 pode verificar-se que a velocidade tende para infinito. Diz-se que o motor embala. Na realidade, o embalamento do motor nesta situação depende da carga mecânica pedida e só se verifica se o binário pedido for pequeno. Quando este binário for grande, a máquina não desenvolve o binário correspondente para a aceleração e acaba por parar. Como a força electromotriz é nula, as correntes do induzido tomam valores muito elevados que, a manterem-se por tempos consideráveis, podem danificar seriamente o induzido.

## E2. Motores de excitação independente.

As características de um motor de excitação independente são análogas às de um motor de excitação derivação quando as tensões de alimentação  $U_a$  e  $U_f$  se mantiverem constantes. As características destes dois tipos de motores são diferentes quando se pretender variar as duas tensões de alimentação independentemente uma da outra.

No motor derivação a alteração da tensão de alimentação faz variar simultaneamente o fluxo de excitação e a tensão do induzido.

O motor de excitação separada tem mais um grau de liberdade e permite variar independentemente o fluxo de excitação mantendo a tensão do induzido constante e vice-versa.

O motor derivação tem a vantagem de necessitar apenas de uma fonte de energia enquanto que o motor de excitação independente necessita de duas fontes de alimentação. Tem contudo um grau de liberdade de controlo suplementar.

## E3. Motores de excitação em série.

Nas máquinas de excitação em série colocam-se os enrolamentos do indutor e do induzido em série. Assim, ambos os enrolamentos são percorridos pela mesma corrente.

$$I_a = I_f = I \quad e \quad U = U_f + U_a \quad (1.30)$$

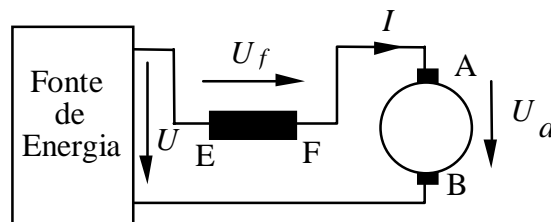


Fig. 1.39 Motor série.

Em regime permanente a equação do equilíbrio das tensões escreve-se:

$$U = E + (r_a + r_f) I \quad (1.31)$$

O binário electromagnético é proporcional à corrente que passa no induzido  $I_a = I$  e ao fluxo indutor  $\phi$ . Como o fluxo  $\phi$  é proporcional à corrente ( $I_f = I$ ), deduz-se facilmente que (desprezando a saturação) se tem:

$$M_{em} = K_1 I^2 \quad (1.32)$$

A característica de binário  $M_{em} = f(I)$ , fig.1.40, apresenta um andamento crescente, aproximadamente parabólico em função da corrente.

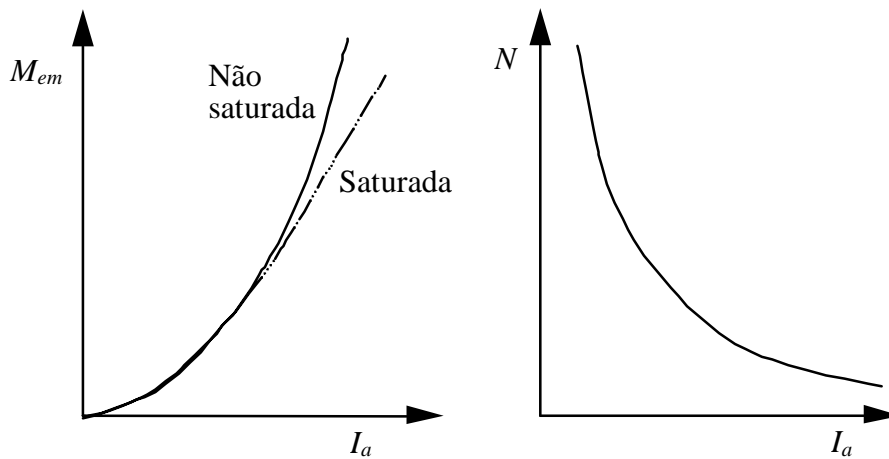


Fig. 1.40 Características do motor série.

De facto, quando a corrente for muito elevada, a característica fica aproximadamente linear devido à saturação magnética.

A característica de velocidade  $N = f(I)$ , pode obter-se da equação 1.31:

$$N = \frac{U - (r_a + r_f) I}{K_2 I} \quad (1.33)$$

Para uma tensão dada,  $N$  varia segundo uma lei hiperbólica em função de  $I$  (fig. 1.40)

A característica electromecânica pode obter-se pela combinação destas duas curvas. Obtém-se o gráfico da figura 1.43.

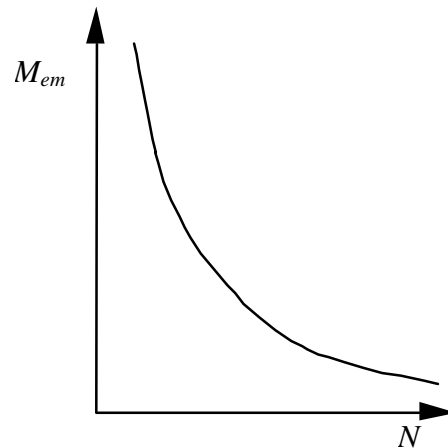


Fig 1.41 Característica electromecânica do motor série.

Deve notar-se que, quando o binário de carga diminuir, a velocidade torna-se muito elevada e o motor corre o risco de embalar.

O emprego de um motor série é desaconselhado em casos onde a carga se possa anular. É utilizado tradicionalmente em situações de tracção eléctrica, devido ao seu binário de arranque e devido ao facto de ser um motor "auto-regulador em potência". Isto significa que, na vizinhança do funcionamento nominal, o binário varia em função da velocidade  $N$ , de tal modo que a potência fornecida é aproximadamente constante.

#### E4. Máquinas de excitação composta.

Na prática, as máquinas de corrente contínua são frequentemente utilizadas em excitação composta, isto é, a excitação é criada por um enrolamento shunt CD e por um enrolamento série EF. Isto pode ser realizado de duas maneiras:

a) Quando o enrolamento de excitação em derivação é ligado aos bornes do induzido e o enrolamento série é ligado em série com os bornes da saída. Designa-se este modo por "curta derivação" fig. 1.42.

b) Quando o enrolamento de excitação em derivação se liga aos bornes da fonte. O enrolamento série está ligado entre um terminal de saída e um terminal do induzido. Designa-se este modo por "longa derivação". Fig. 1.43.

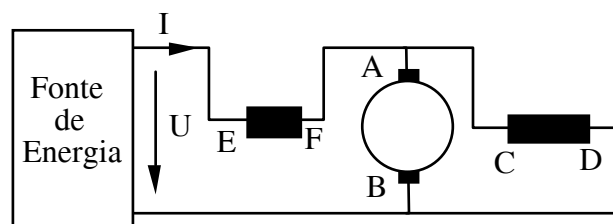


Fig.1.42 Excitação composta. Curta derivação.



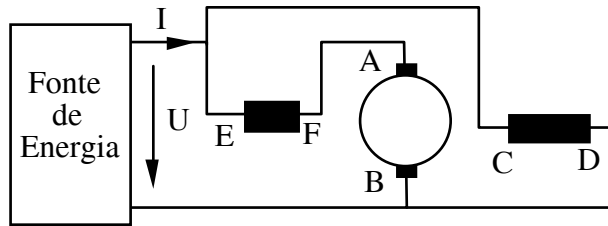


Fig.1.43 Excitação composta. Longa derivação.

A máquina diz-se de “fluxo adicional” quando as duas excitações CD e EF agem no mesmo sentido, isto é, as forças magnetomotrizes criadas por estes dois enrolamentos têm o mesmo sinal.

Diz-se que a máquina é de “fluxo diferencial” quando as duas excitações CD e EF agem em sentidos contrários.

A "razão de equivalência"  $r_\alpha$  é a razão do número de espiras dos dois enrolamentos série e paralelo.

$$r_\alpha = \frac{n_s}{n_p} \tag{1.34}$$

As máquinas de excitação composta permitem obter características eléctricas ou mecânicas diferentes das máquinas série ou paralelo e bem adaptadas a um determinado tipo de aplicação desejado.

A figura 1.44 mostra o andamento das variações de binário fornecidas por 4 tipos de motores, supostos da mesma potência à carga nominal.

A figura 1.45 mostra o andamento das variações de velocidade destes mesmos 4 motores.

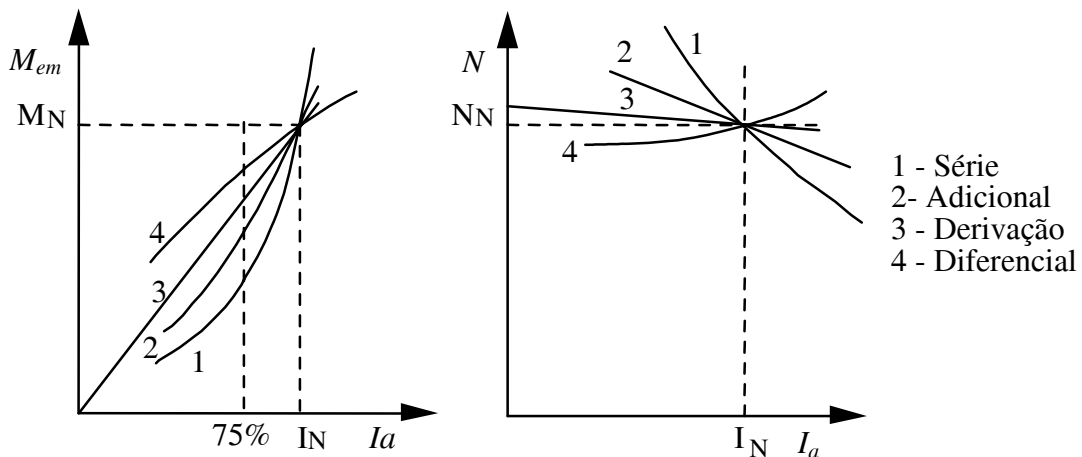


Fig. 1.46 Características de binário      Fig. 1.47 Características de velocidade.

**Exemplo 1.4**

Um motor série, com uma resistência do induzido de  $r_a=0,2\Omega$  e com uma resistência do indutor série de  $r_f=0,1\Omega$  encontra-se alimentado sob uma tensão constante de 220V. A reacção do induzido é desprezável e o circuito magnético não se encontra saturado. À velocidade de 1000 rpm consome uma corrente de 50A.

- Qual o binário electromagnético desenvolvido?
- Qual será a velocidade desta máquina  $N_2$  se a corrente consumida passar para metade ( $I_2=25A$ )?
- Na situação da alínea b) determine qual o novo valor do binário desenvolvido.

**Resolução.**

a) O binário electromagnético pode ser determinado pela relação:

$$E I_a = M_{em} \omega_m$$

Assim:

$$E = U - (r_a + r_f) I_a = 220 - (0,2 + 0,1) 50 = 205V$$

$$\omega_m = \frac{2\pi}{60} 1000 = 104,72 \text{ rad/s}$$

donde

$$M_{em} = \frac{E I_a}{\omega_m} = \frac{205 \times 50}{104,72} = 97,88 \text{ Nm}$$

b) Para um motor série não saturado, a f.e.m. é proporcional ao produto da corrente pela velocidade. Assim:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{I_2 N_2}{I_1 N_1}$$

como

$$E_1 = 220 - 0,3 \times 25 = 212,5V$$

tem-se

$$N_2 = N_1 \frac{I_1 E_2}{I_2 E_1} = 1000 \frac{50 \cdot 212,5}{25 \cdot 205} = 2073 \text{ rpm}$$

Nota: A velocidade passou para um pouco mais do dobro da velocidade inicial.

c) Como o binário é proporcional ao quadrado da corrente, tem-se:

$$M_2 = M_1 \left( \frac{I_2}{I_1} \right)^2 = \frac{M_1}{4} = 24,74 \text{ Nm}$$

Nota: Como a corrente passou para metade e se manteve a tensão de alimentação constante, então a potência pedida à fonte de energia passou para metade. Por outro lado, como a velocidade passou para o dobro e o binário foi reduzido para um quarto do valor inicial, a potência mecânica fornecida ( $P_m = M_{em} \omega_m$ ) passou também para metade.

## E5. Controlo de velocidade dos motores de corrente contínua

Frequentemente, em aplicações industriais, é muito importante a possibilidade de regular a velocidade de rotação de um motor.

Examine-se esta questão partindo da equação que relaciona a velocidade com as outras grandezas da máquina. Tem-se:

$$N = \frac{U_a - r_a I_a}{K_E \phi} \quad (1.28)$$

Para uma dada corrente  $I_a$ , isto é, para uma dada carga mecânica, e uma dada excitação  $\phi$ , a velocidade de rotação  $N$  depende de  $U_a$ , de  $r_a$  e de  $\phi$ .

Daqui resultam três processos de regular a velocidade de um motor de corrente contínua.

a) Actuando em  $r_a$

Este processo é designado por controlo reostático e consiste em aumentar a resistência do induzido introduzindo um reóstato em série com ele. A velocidade diminui proporcionalmente à queda de tensão  $r_a I_a$ .

Este método é caracterizado por um grande desperdício de energia resultante das perdas do reóstato e do correspondente aumento da temperatura resultante. Normalmente é difícil introduzir processos de automação. É contudo um processo simples e ainda utilizado actualmente.

b) Actuando em  $\phi$

Se se colocar um reóstato em série com o enrolamento de excitação, um aumento de  $r_f$  traduz-se (para  $U_a$  constante) por uma diminuição da corrente indutora e por consequência uma redução do fluxo de excitação. Uma diminuição do fluxo traduz-se segundo a expressão 1.28 por um aumento da velocidade. Este método não permite regular a velocidade para gamas de variação largas e é utilizado essencialmente a velocidades elevadas como se verá mais à frente.

c) Actuando em  $U_a$

Motor de excitação em derivação

Se se diminuir a tensão de alimentação, a corrente indutora  $I_f$  diminui e portanto o fluxo  $\phi$  diminui também. A velocidade pode diminuir ou aumentar consoante o valor de  $\phi$  (eq. 1.28).

Motor de excitação separada

Se o fluxo se mantiver constante e se se desprezar o termo  $r_a I_a$  em face de  $U_a$ , pode concluir-se que a velocidade é, em primeira aproximação, proporcional à tensão

de alimentação  $U_a$ . Assim, pode aumentar-se ou diminuir a velocidade actuando directamente na tensão de alimentação. Este processo requer uma fonte de tensão contínua de amplitude variável o que é facilmente realizável, hoje em dia, recorrendo a montagens com dispositivos de electrónica de potência.

### O Sistema Ward-Leonard Estático

O Sistema Ward-Leonard Estático é hoje largamente utilizado na indústria. É constituído por uma máquina de corrente contínua de excitação independente controlada por dispositivos de electrónica de potência. Estes dispositivos são, normalmente, pontes rectificadoras controladas. Obtém-se uma fonte de tensão contínua regulável electronicamente o que facilita a introdução de sistemas de controlo.

A versão mais completa consiste em utilizar dois rectificadores de quatro quadrantes e controlar a tensão do induzido  $U_a$  e a tensão do indutor  $U_f$  simultaneamente. A execução básica encontra-se representada na figura 1.46.

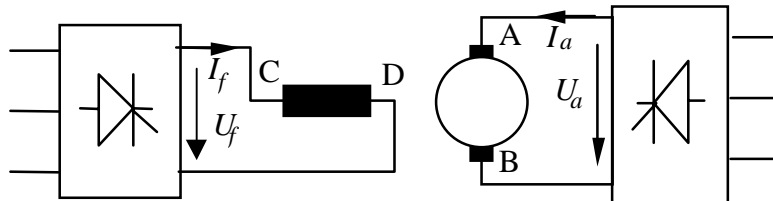


Fig 1.46 Sistema Ward-Leonard estático.

A utilização dos dois rectificadores não é feita de uma forma arbitrária. Com efeito, existem duas zonas distintas de controlo de velocidade.

#### a) Zona de binário máximo utilizável.

Nesta zona, o fluxo de excitação é mantido constante. A velocidade é controlada actuando na tensão  $U_a$  e por conseguinte na ponte de rectificação que alimenta o induzido. Como foi visto atrás, a velocidade é aproximadamente proporcional à tensão  $U_a$ .

Como o fluxo é máximo e a corrente do induzido (que depende da carga mecânica) pode atingir o valor máximo (normalmente o seu valor nominal), o binário máximo está disponível. Este depende do produto do fluxo  $\phi$  e da corrente do induzido

*I<sub>a</sub>*. Por sua vez, a potência da máquina está limitada e depende da velocidade que se desejar.

b) Zona de potência máxima utilizável.

Quando a tensão do induzido atingir o valor máximo admissível, a velocidade não poderá continuar a ser aumentada pelo processo descrito na alínea a). A tensão do induzido teria de ultrapassar o valor máximo para o qual a máquina foi construída. Neste caso mantém-se a tensão no induzido constante e no seu valor máximo e diminui-se o fluxo de excitação. A potência da máquina está disponível, pois a corrente pode atingir o valor máximo e a tensão de alimentação é sempre igual ao valor máximo. O binário disponível está agora limitado pela limitação do fluxo de excitação.

A figura 1. 47 ilustra a utilização destes dois processos.

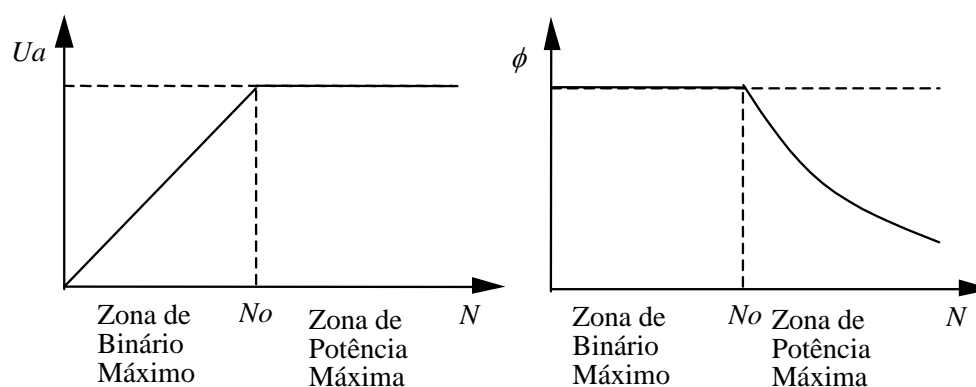


Fig 1.47 Zonas de regulação de velocidade no sistema Ward-Leonard estático.

Resumindo tem-se:

Na zona de binário máximo o fluxo é constante e a velocidade é regulada actuando na tensão de alimentação. A variação da tensão que se deverá impor é uma recta pois a tensão e a velocidade são proporcionais. A potência da máquina fica reduzida proporcionalmente ao valor de que se reduziu a tensão.

Na zona de potência máxima a tensão do induzido é mantida no seu valor máximo e a velocidade é regulada actuando no fluxo de excitação  $\phi$ . Obtém-se um andamento hiperbólico pois a velocidade é inversamente proporcional ao fluxo de excitação.

## E6. Arranque dos motores de corrente contínua.

O arranque dos motores de corrente contínua não deve ser feito aplicando directamente toda a tensão aos seus bornes. Se tal fosse realizado a corrente instantânea consumida seria muito elevada, (5 a 12 vezes a corrente nominal) o que seria prejudicial e poderia deteriorar o colectador.

Existem três possibilidades práticas de reduzir a corrente de arranque de um motor de corrente contínua:

a) Sob tensão reduzida. É necessário dispor de uma fonte de tensão regulável. Vai-se subindo a tensão da máquina à medida que esta for aumentando a velocidade.

b) Utilizando um reóstato de arranque. Consiste em inserir resistências em série no circuito do induzido. Estas resistências serão sucessivamente curto-circuitadas manualmente à medida que o motor for aumentando a sua velocidade.

c) Por processos automáticos. Podem ser baseados nos princípios descritos na alínea a) ou na alínea b). Podem utilizar elementos de electrónica ou ser baseados em relés electromecânicos.

### Arranque reostático do motor série.

O esquema de ligações encontra-se representado na figura 1.48. Quando o cursor se encontrar na posição 1 a resistência total do circuito vale  $R1+R2+R3+R4+r_f+r_a$ . A corrente inicialmente é reduzida a valores aceitáveis e o motor começa a aumentar a sua velocidade.

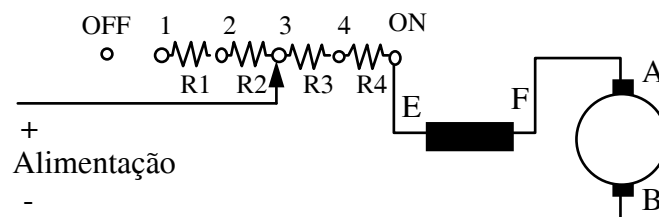


Fig 1.48 Arranque reostático de um motor série.

Se se representarem as características de velocidade correspondentes a cada valor de resistência (fig 1.49), a corrente varia segundo OA1B1; Quando a corrente atingir o seu valor nominal  $I_n$ , no ponto B1, muda-se de ponto (supostamente). Passa-se então ao ponto A2, que se encontra sob uma outra característica de velocidade a que corresponde uma resistência de menor valor. Continua-se o mesmo processo até à característica de velocidade correspondente ao ponto (ON fig 1.48 e M fig 1.49).

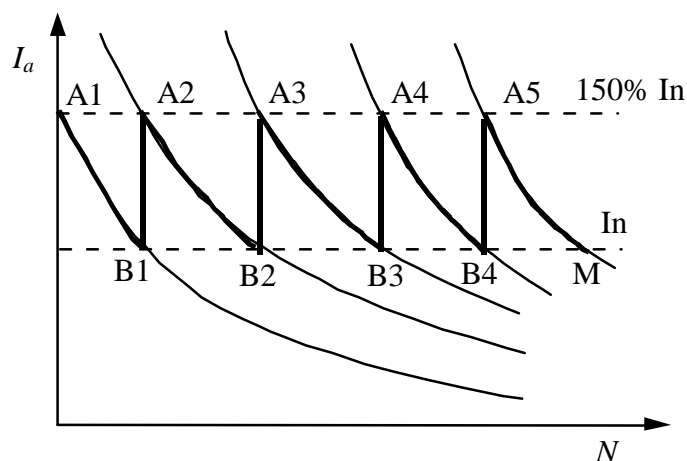


Fig. 1.49 Variação de corrente consumida em função da velocidade durante um arranque reostático do motor série.

Habitualmente, calculam-se as resistências  $R1$ ,  $R2$ ,  $R3$ , e  $R4$  de tal modo que a corrente máxima consumida (pontos A1, A2, A3, A4, A5) seja uma percentagem razoável da corrente nominal (150 a 200%).

#### **Arranque reostático do motor de excitação derivação.**

Este processo de arranque segue um princípio semelhante ao do motor série. O reóstato de arranque é em geral montado de modo que sirva de interruptor e que garanta que o circuito de campo nunca seja aberto (fig 1.50). Com efeito, como se viu atrás, se a máquina se encontrar com uma carga mecânica pequena, e se o circuito de campo for interrompido, a velocidade pode atingir valores muito elevados podendo a máquina deteriorar-se. Nesta situação diz-se que o motor embala. Este fenómeno é semelhante ao do motor série quando não tiver carga mecânica.

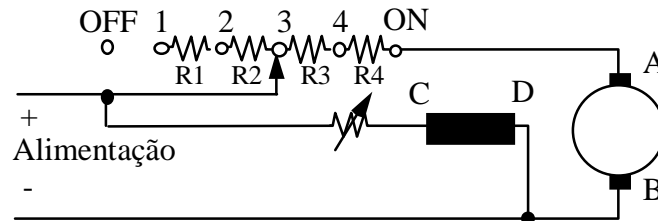


Fig. 1.50 Arranque reostático de um motor de excitação derivação.

As curvas correspondentes a este caso encontram-se representadas na figura 1.51.

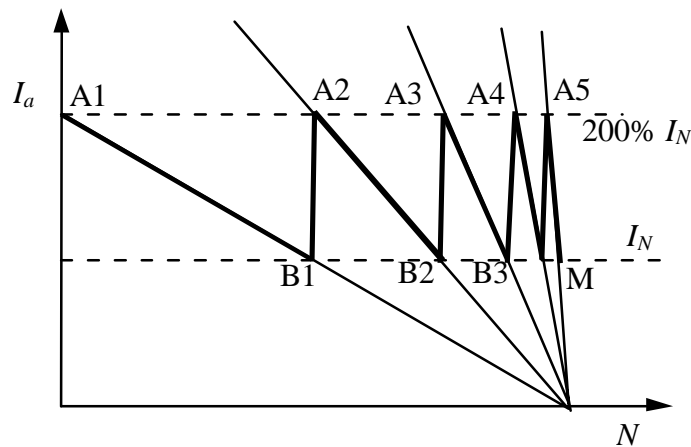


Fig. 1.51 Variação de corrente do induzido em função da velocidade durante o arranque de um motor de excitação derivação.

O princípio de funcionamento e o cálculo das resistências são os mesmos do que para um motor série.

## E7. Inversão do sentido de marcha

### Motor de excitação independente

Para inverter o sentido de marcha de um motor de excitação independente pode agir-se de um dos dois modos:

- a) Trocar a polaridade da tensão de alimentação do induzido.
- b) Trocar a polaridade da corrente de excitação.

### Motor de excitação em derivação

Neste caso, a inversão da tensão de alimentação alteraria simultaneamente o sentido do fluxo de excitação e da tensão do induzido, e por consequência a velocidade manteria o mesmo sentido. Assim é necessário dispor de um dispositivo mecânico ou electrónico que permita trocar apenas uma destas duas grandezas.



### Motor de excitação em série

Tal como no caso do motor derivação, a inversão da tensão de alimentação irá inverter simultaneamente o sentido do fluxo e da tensão do induzido. A inversão do sentido de marcha é realizada neste caso também recorrendo a dispositivos mecânicos ou electrónicos que invertem apenas o sentido da corrente de excitação.

## **Motor série universal**

Como o binário no motor série é proporcional ao quadrado da corrente, este será sempre positivo independentemente do sentido da corrente. Assim, esta máquina poderá ser alimentada em corrente alternada. A figura 1.52 ilustra este aspecto. O dimensionamento da máquina deverá ser apropriado para tal efeito. Neste caso, a máquina designa-se por motor série universal. Distinguem-se duas aplicações:

a) Em tracção eléctrica. Nesta situação os motores têm potências elevadas. A frequência de alimentação é a frequência industrial. A catenária é alimentada a uma tensão elevada (por exemplo 25kV) reduzindo-se a tensão aplicada à máquina através de um transformador instalado na locomotiva. Para melhorar a comutação utilizou-se no passado (e nalguns casos ainda se encontram instalações em funcionamento) uma frequência de alimentação de  $(16+2/3)\text{Hz}$  o que corresponde a  $50/3\text{Hz}$ .

b) Em máquinas de pequena potência aplicadas em electrodomésticos, máquinas ferramentas etc.

O binário no tempo tem um valor médio que depende do valor eficaz da corrente e um termo oscilatório de frequência dupla da frequência da corrente de alimentação, isto é 100Hz.

Supondo que o momento de inércia é suficientemente elevado para que a velocidade não sofra variação significativa num período, a força electromotriz, que é proporcional à velocidade e ao fluxo, será agora uma grandeza alternada com a forma de onda igual à forma de onda do fluxo. Como o fluxo é criado pela corrente alternada, a força electromotriz será também alternada e estará em fase com a corrente.

O diagrama vectorial correspondente encontra-se na figura 1.53. Note-se que a tensão estará sempre em avanço em relação à tensão. O motor série universal tem sempre um carácter indutivo.

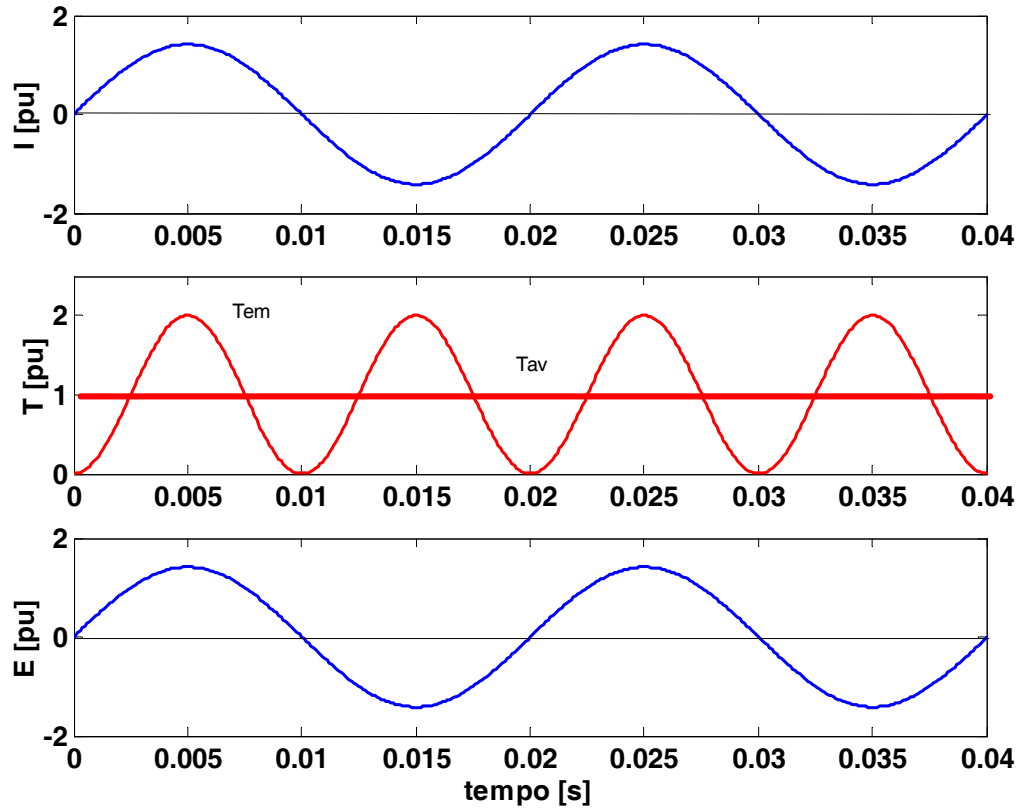


Figura 1.52: Princípio do motor série universal.

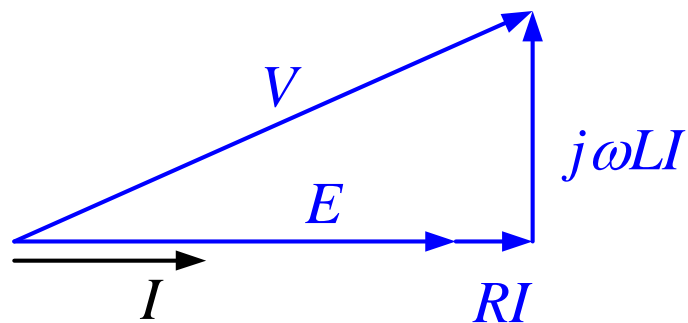


Figura 1.53: Diagrama vectorial do funcionamento do motor série universal.

Tendo em conta o diagrama vectorial da figura 1.53 pode escrever-se:

$$\begin{aligned}
 E &= k\phi\omega_m = k_T I \omega_m \\
 T_{em} &= k_T I^2 \\
 V^2 &= (k_T I \omega_m + RI)^2 + X^2 I^2 \\
 Z &= \frac{V}{I} = \sqrt{(k_T \omega_m + R)^2 + X^2} \\
 \omega_m &= \sqrt{\frac{V^2}{k_T T_{em}} - \frac{X^2}{k_T^2}} - \frac{R}{k_T}
 \end{aligned}
 \tag{1.41}$$

A que corresponde a figura 1.54.

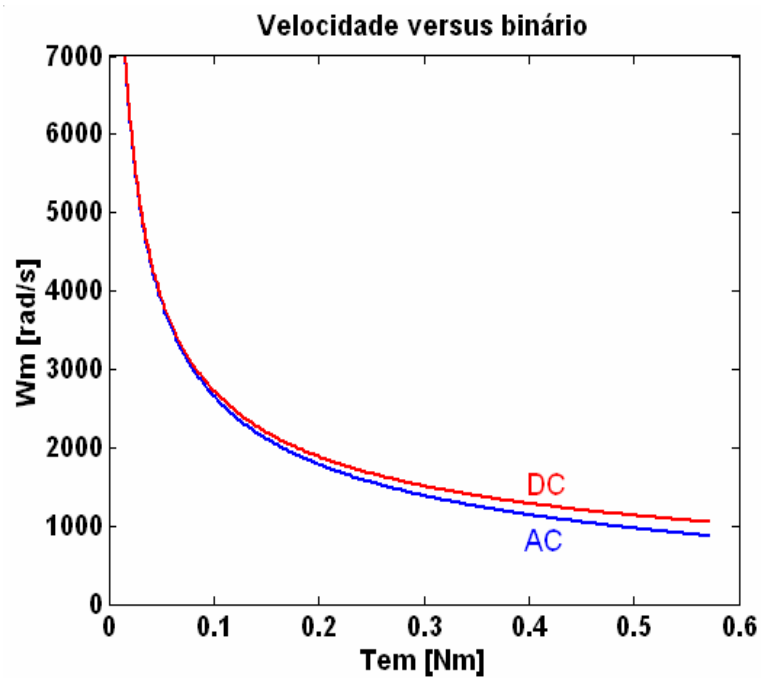


Figura 1.54: Característica electromecânica do motor série universal.

## Exercícios sobre o capítulo 1

### Exercício 1.1

Um dínamo de 4 pólos tem um induzido com 260 condutores activos. O enrolamento do induzido é do tipo imbrincado. Quando a máquina rodar a 1500 rpm, a sua tensão em vazio vale 100V.

- Qual é o "fluxo por pólo"
- Qual será o binário electromagnético quando o induzido consumir uma corrente de 50A?

### Exercício 1.2

Considere um motor de corrente contínua de excitação separada, em que o induzido se encontra alimentado por uma fonte de tensão contínua igual a  $U_a = 220$  V. Este motor roda a 2000 rpm e consome uma corrente de 50 A.

A sua queda de tensão devida à reacção magnética vale  $\varepsilon = 20$  V. Sabe-se que  $r_a = 0,2 \Omega$ .

- Qual o binário electromagnético ?
- Qual a potência electromagnética ?

### Exercício 1.3

Um dínamo de excitação derivação de 10 kW - 220 V tem uma resistência do circuito do induzido  $r_a = 0,3\Omega$  e uma resistência do circuito de campo  $r_f = 1500 \Omega$ . A reacção magnética do induzido é desprezável.

Qual é a f.e.m. deste dínamo quando debitar a sua potência nominal sob tensão nominal ?

### Exercício 1.4

Um motor série, de resistência total (induzido + indutor) igual a  $0,4 \Omega$ , consome 75 A e roda a 400 rpm quando alimentado à tensão de 500 V.

Qual será a sua velocidade de rotação quando se variar a tensão para 600 V, sem modificar a carga (Binário resistente constante) ?

### Exercício 1.5

Um motor de excitação derivação encontra-se alimentado com uma tensão de 280 V, e fornece uma potência mecânica de 15 kW.

A resistência do induzido vale  $r_a = 0,2 \Omega$  e a reacção magnética é desprezável. A corrente total consumida na linha de alimentação é de 80A e a corrente do indutor é 3A.

- a) Quais são as perdas mecânicas?
- b) O binário de carga foi reduzido para metade.
  - b1. Qual o novo valor de corrente do induzido
  - b2. Qual será a variação da velocidade em percentagem.

### Exercícios de revisão:

#### I

Considere um motor eléctrico de corrente contínua de excitação independente, compensado, com as seguintes características:

$$\begin{array}{llll}
 U = 440 \text{ V} & U_f = 220 \text{ V} & U_{\max} = 650 \text{ V} & P_N = 200 \text{ kW} \\
 N_N = 900 \text{ rpm} & I_{aN} = 496 \text{ A} & M_N = 2122 \text{ Nm} & N_{\max} = 1800 \text{ rpm} \\
 \eta_N = 90,6\% & P_f = 2 \text{ kW} & \Delta U = 29 \text{ V} & J = 6,1 \text{ Kg m}^2 \\
 M = 1530 \text{ kg} & & & 
 \end{array}$$

#### Calcular:

- a) O valor das resistências do indutor e do induzido. Qual o valor da força electromotriz da máquina na situação nominal ?
- b) O balanço energético da máquina na situação nominal.
- c) A velocidade de rotação em vazio.
- d) Calcule a resistência de arranque de modo a que o valor da corrente de arranque seja duas vezes a corrente nominal.

- e) Qual a característica electromecânica da máquina com a resistência de arranque calculada na alínea anterior, sabendo que a máquina se encontra na situação de fluxo nominal.
- f) Determine a curva  $N(t)$  para a situação de arranque. Qual o tempo de arranque? Admita que a carga mecânica é nula. Considere  $\phi = \phi_N$ .
- g) Determine a curva  $I_a(t)$  na situação de arranque. Qual a energia dissipada na resistência de arranque. Considere  $M_c=0$  e  $\phi = \phi_N$ .
- h) Na situação em que o fluxo é metade do fluxo nominal, como variam as grandezas pedidas nas alíneas e, f e g.
- i) Esta máquina encontra-se a funcionar como gerador. A velocidade, a corrente e o fluxo estão nos seus valores nominais.
1. Determine o valor da tensão aos terminais da máquina.
  2. Qual deverá ser o novo valor de corrente de excitação de modo que a máquina apresente aos seus terminais a sua tensão nominal.

## II

Considere uma máquina de corrente contínua de excitação independente com as seguintes características:

$$U_N = 220 \text{ V} \quad I_{aN} = 110 \text{ A} \quad N_N = 2000 \text{ rpm} \quad P_{exc} = 1 \text{ kW}$$

Em regime nominal e em funcionamento como gerador esta máquina tem um rendimento de 80%. Quando se retira a carga, a tensão em vazio passa para 260V.

Sabe-se que as perdas mecânicas e no ferro são proporcionais ao quadrado da velocidade.

- a) Calcule o rendimento máximo e a potência a que ocorre sabendo que a máquina funciona como gerador à velocidade de 2000 rpm.
- b) Esta máquina vai funcionar como motor de excitação independente.
  - b.1) Quais os valores das seguintes grandezas:  
Potência nominal, binário nominal e rendimento nominal.

- b.2) Este motor encontra-se alimentado com uma fonte de tensão de 200V e a funcionar à velocidade de 3000 rpm e fornecendo a sua potência nominal. Calcule a corrente de excitação relativa ao valor nominal.