Técnicas computacionales aplicadas al tratamiento de aire.

Análisis de velocidad y temperatura en la climatización de Edificios a través de CFD

Juan Manuel Rodríguez González Esteban Nonay Villalba

TROX Española S.A.

1. Presentación de la técnica

La simulación computacional de sistemas fluidos es una técnica de cálculo que se ha incorporado recientemente al conjunto de herramientas, ya sean teóricas o experimentales, utilizadas en el diseño de instalaciones de fluidos.

El uso de ordenadores para el estudio de flujos permite obtener en un tiempo razonable una cantidad ingente de información que en otro caso requeriría la dedicación de elevados recursos materiales y humanos. Dada la previsible disminución del coste económico asociado al hardware y el más que probable incremento de su potencia de cálculo, es razonable pensar que esta herramienta se utilizará cada vez más en el diseño de equipos e instalaciones.

Uno de los problemas achacados a la modelación computacional se asienta en la desconfianza que suscitan unos resultados obtenidos por el simulador y por tanto no medidos en el laboratorio, unida a la sospecha de que siendo un modelo teórico, la cercanía de éste a la realidad física es cuestionable. Los modelos computacionales de flujo fluido surgieron de la necesidad de comprender y estimar el comportamiento de sistemas complejos y en el periodo transcurrido desde su desarrollo inicial se ha constatado que proporcionan buenas predicciones en múltiples y dispares configuraciones.

Evidentemente un modelo debe nutrirse de las medidas experimentales y contrastarse con ellas (si esto es posible), resultando de este proceso una ampliación del margen de confianza de sus resultados. Cuanto mayor sea el intercambio de información en ambas direcciones, del taller-laboratorio al modelo y viceversa, mayor será la fiabilidad asegurada.

Existen en la actualidad distintos códigos de resolución de ecuaciones de transporte suficientemente contrastados que han ido evolucionando e incorporando modelos cada vez más sofisticados.

Constituyen así una herramienta fiable y potente, que puede sustituir en ocasiones y en cualquier caso complementar el trabajo teórico-empírico de diseño.

En el estudio que aquí se presenta se ha utilizado uno de éstos códigos comerciales de Mecánica de Fluidos Computacional (en adelante CFD por sus siglas en inglés), quizás uno de los más robustos y empleados en industrias como la aeronáutica y de automoción, petroquímica, y por supuesto en la ventilación y el acondicionamiento de aire, todos ellos campos en los que la dinámica de fluidos y disciplinas afines juegan un papel fundamental.

De forma general, el flujo fluido en el interior de recintos puede estar emplazado en dos categorías:

- Provocado por convección natural, con movimiento del fluido inducido por las diferencias de temperatura presentes en el sistema, generalmente haciendo uso de un diseño constructivo adaptado a esta característica.
- Flujo inducido por un sistema mecánico a través de diferentes unidades terminales. Dependiendo del tipo de unidad terminal, su operación, y de la interacción con fuentes de frío y/o calor, se pueden generar patrones de flujo muy complejos (apertura de ventanas, proximidades a paredes exteriores, efecto de la ocupación, acción de máquinas de gran potencia, etc.).

Los fenómenos de flujo fluido y transferencia de calor asociados a las operaciones de tratamiento de aire, son ciertamente difíciles de caracterizar con modelos simplificados, más usualmente empleados y a menudo basados en la experiencia. Estos métodos arrojan resultados satisfactorios en la predicción de flujos sencillos, que suelen ser los habitualmente ensayados en los laboratorios de validación. La incertidumbre surge cuando el problema presenta geometrías complejas o condiciones térmicas tales que se hace difícil estimar a priori y de forma veraz el comportamiento del sistema.

La técnica CFD permite evaluar de forma cuantitativa las variables más relevantes (temperatura, velocidad, intensidad turbulenta, etc.) y visualizar de forma detallada los patrones de las mismas en un entorno virtual, convirtiéndose así en un banco de pruebas donde ensayar productos y/o instalaciones en fases iniciales de diseño. Es en estas fases en las que la información que aportan este tipo de simulaciones resulta crucial, puesto que resulta más económico realizar modificaciones, si se considera oportuno, hasta alcanzar un nivel óptimo de confort o de cualesquiera parámetro/s crítico/s escogido/s para evaluar las prestaciones de la configuración ensayada.

De forma muy concisa, el proceso para llevar a cabo una simulación podría ser el siguiente:

- Obtención de la geometría a implementar, ya sea a través de plano o formato de salida de un programa CAD/CAE.
- Análisis preliminar en el que se reconocen los fenómenos físicos más relevantes, se estiman órdenes de magnitud y se recopila la información básica necesaria para la simulación (temperaturas, propiedades térmicas de los materiales, caudal a tratar) y cualquier otra que se considere de interés (usos, ocupación del espacio, efecto de la presencia de otras construcciones, etc.). Con esta información se conformarán las condiciones iniciales y de contorno del problema.

- Discretización del dominio hasta un detalle coherente con el análisis anterior, es decir, se divide el dominio en celdas (si el método de resolución empleado es de volúmenes finitos como es este caso) en las cuales se resolverán las ecuaciones diferenciales involucradas.
- Resolución del problema a través del procesador (núcleo fundamental de la técnica). El tiempo de cálculo puede oscilar desde algunos minutos a semanas, según la complejidad del problema o el grado de detalle requerido.
- Análisis de la solución con ayuda el post-procesador. Incluye la visualización de los resultados obtenidos por medio de mapas de colores y vectores. Permite evaluar si la propuesta ensayada proporciona las prestaciones requeridas. De ser necesario debería reconsiderarse aplicar cambios en la geometría y/o las condiciones de operación hasta satisfacer las condiciones impuestas en el diseño.

En el presente estudio, se desarrollan algunas de las múltiples aplicaciones que tiene la técnica CFD en el acondicionamiento de aire, clasificadas en función del tamaño del dominio a analizar y por tanto en necesidades de hardware crecientes:

Simulaciones de meso escala. Tienen como objeto evaluar el comportamiento de diferentes unidades terminales para el acondicionamiento de un recinto, sometido a las mismas cargas térmicas en todos los casos. Se analizan las características del flujo en función del terminal instalado así como sus prestaciones.

Simulaciones de gran escala. Muestran ejemplos de diferentes métodos de difusión (mezcla, desplazamiento) sobre instalaciones de gran tamaño. Así puede verificarse si la instalación proyectada responde a los criterios requeridos o si las hipótesis realizadas son factibles.

De no ser así, pueden ensayarse mejoras que recomienden entre otras acciones correctoras una diferente operación /distribución de los equipos o un dimensionado alternativo de la instalación.

#### 2. Simulaciones de meso escala. Comparación de terminales

El objeto de la simulación es presentar cómo las técnicas CFD pueden ayudar a seleccionar la instalación adecuada a las necesidades impuestas por la aplicación a desarrollar. El problema consiste en seleccionar el sistema de distribución de aire más apropiado para conseguir que en un almacén de productos perecederos (7x16x60 m), éstos se mantengan a una temperatura lo más homogénea posible. La siguiente figura muestra un esquema del dominio de trabajo.



#### Figura 1. Dominio de simulación considerado.

Si los terminales se instalan en el techo, puede estimarse que existe una cierta simetría en la dirección longitudinal del almacén. Esto es debido a que el efecto tridimensional de salida de los terminales se atenúa a unos pocos metros de distancia de los mismos y a que las condiciones térmicas se consideran constantes en dicha dirección para cada una de las paredes. Por estas razones, y debido al menor costo computacional que conlleva, se considera que una simulación bidimensional debe ser en una primera aproximación representativa de la fenomenología del sistema.

Se consideran dos posibles terminales de salida:

- Rejillas de salida de chapa perforada; siendo éste un sistema de baja inducción, en el que la circulación provocada por las diferencias de temperatura en el sistema será preponderante en múltiples zonas del dominio.
- Toberas lineales; en el que el flujo queda dominado por la inducción provocada por los propios terminales en casi todo el dominio.

Con el fin de comparar las prestaciones de ambas instalaciones, se han fijado el mismo caudal de aire primario, y las mismas condiciones de contorno térmicas para ambas simulaciones.

El modelo de turbulencia implementado es  $\kappa$ - $\epsilon$  (RNG), fijando un valor de y+ menor que uno en todo caso.

El número final de celdas usadas para representar el dominio depende fundamentalmente del modelado de la capa límite en las paredes siendo 1.8 10<sup>6</sup> y 1.1 10<sup>6</sup> celdas en caso de emplear terminales de alta y baja inducción respectivamente. Para modelar el intercambio térmico en las paredes, se fijaron coeficientes de transferencia que engloban el coeficiente convectivo externo y la conducción a través de la pared. El coeficiente de transferencia de calor convectivo interno, es proporcionado por el código, según las características del flujo en las cercanías de la pared.

Las condiciones de contorno implementadas son las siguientes:

- Terminales de impulsión. Velocidad de salida 0,82 y 9,45 m/s respectivamente. Temperatura de salida del terminal en ambos casos 4 ° C.
- Retornos. Presión estática nula y ausencia de gradientes en la dirección del flujo.
- Paredes laterales. Coeficiente de transmisión de 0,232 W/m<sup>2</sup>K. Temperaturas exteriores de 35,5 y 15 °C, según la pared quede expuesta al exterior o tenga otra cámara contigua.
- Techo del almacén. Coeficiente de transmisión de 0,302 W/m<sup>2</sup>K y temperatura externa de 35,5 °C.
- Suelo del almacén. Coeficiente de transmisión de 1,221 W/m<sup>2</sup>K y temperatura externa de 15 °C.
- Conductividad térmica de la carga y del embalaje de la misma 0,163 y 0,064 W/mK respectivamente.

Las siguientes cuatro figuras muestran los contornos de magnitud de velocidad y temperatura en el dominio para las distintas simulaciones.



Figura 2. Contornos de magnitud de velocidad (m/s). Instalación con terminales de baja velocidad (chapa perforada).

9.47e+00			1	
9.09e+00				
8.71e+00				
8.33e+00				
7.95e+00				
7.57e+00				
7.19e+00				
6.81e+00				
6.44e+00				-
6.06e+00				
5.68e+00		_		-
5.30e+00				
4.92c+00				
4.54e+00				
4.16e+00				
3.79e+00				
3.41e+00				
3.03e+00				
2.65e+00				
2.27e+00				
1.89e+00				
1.51e+00				
1.14e+00				
7.57e-01				
3./9e-01				
8.63e-05				

### Figura 3. Contornos de magnitud de velocidad (m/s). Instalación con terminales de alta velocidad (toberas).

Notar como la velocidad es en muchas zonas del dominio prácticamente un orden de magnitud superior en el caso de instalar terminales de alta inducción. Existe una asimetría clara en ambos flujos, debido a las diferentes temperaturas exteriores consideradas, siendo la pared situada a la izquierda la expuesta a mayor temperatura (35,5 °C). Esta diferencia de temperatura provoca corrientes de convección natural importantes, resultando desviaciones de la vena fluida.



Figura 4. Contornos de temperatura (°C). Instalación con terminales de baja velocidad (chapa perforada)

7.43e+00		
7.29e+00		
7.15e+00		
7.01e+00		
6.88e+00		
6.74e+00		
6.60e+00		
6.47e+00	L	
6.33e+00		
6.19e+00		
6.06e+00		
5.92e+00		
5.78e+00		
5.64e+00		_
5.51e+00		
5.37e+00		
5.23e+00		_
5.10e+00		
4.96e+00		
4.82e+00		
4.69e+00		
4.55e+00		
4.41e+00		
4.27e+00		
4.14e+00		
4.00e+00		

# Figura 5. Contornos de temperatura (°C). Instalación con terminales de alta velocidad (toberas).

Para la variable temperatura, se toma como criterio principal de diseño reducir en lo posible los gradientes de temperatura en la carga almacenada.

Como puede verse en la figura 5, a pesar de la desviación de la vena, la inducción de las toberas es suficiente como para conseguir una buena mezcla del aire interior de la cámara y por tanto una temperatura homogénea. Si se reducen los gradientes de temperatura en el ambiente interior, se consigue que se reduzcan así mismo en la carga almacenada, a pesar de la baja conductividad térmica de la misma y de su embalaje.

Si la distribución del aire se realiza por medio de terminales equipados con chapa perforada, la diferencia de temperaturas máxima en el sólido puede estimarse en unos 2,4 °C, mientras que si equipamos la instalación con toberas, dicha diferencia de temperatura se reduce hasta unos 0,4 °C.

Bien es cierto que la pérdida de carga aumenta considerablemente con este segundo sistema, así como la potencia sonora, pero si el factor crítico de diseño es obtener una correcta distribución de la temperatura, el sistema a instalar debería ser el equipado con toberas.

Por completitud, una extensión natural de la comparativa presentada debe ser considerar la simulación tridimensional del sistema, ensayando en este caso una configuración vertical de toberas, que se espera proporcione unas prestaciones similares al caso bidimensional.

Por necesidades de hardware y tamaño del dominio a considerar, puede denominarse una simulación de gran escala y por tanto se considera dentro del apartado dedicado éstas.

#### 3. Simulaciones de gran escala. Estudio integral de instalaciones

#### 3.1. Acondicionamiento de aire por medio de un sistema de mezcla

El dominio considerado en esta simulación es, tal y como se ha comentado en el párrafo anterior, el mostrado en la figura 1. De forma adicional se ha considerado simetría respecto a un plano central perpendicular a la dirección longitudinal del almacén. Con esto se pretende emplear el menor grado de recursos computacionales posibles para la obtención de resultados equivalentes. Esta simulación permitirá comprobar si las hipótesis de una correcta mezcla del aire en el interior del recinto son plausibles cuando se consideran los efectos tridimensionales en la distribución de aire. Con respecto a las condiciones de contorno se mantuvieron todos los parámetros térmicos y de salida iguales a los considerados en las simulaciones bidimensionales, mientras que el dominio quedó discretizado en 4,3 10<sup>6</sup> celdas. Así mismo, el modelo de turbulencia implementado es  $\kappa$ - $\epsilon$  (RNG), fijando un valor de y+ menor que 30 en todo caso (cota inferior aceptable para la capa límite logarítmica).

El sistema de distribución de aire consta de 21 toberas de 0,18 m de diámetro de salida a cada lado del recinto, siendo la velocidad efectiva de salida de 19,02 m/s. Esta velocidad podría parecer inusualmente alta, generándose así disconfort, pero dado que el almacén se operará de forma robotizada, no supone en principio una restricción en el diseño del sistema.

En las siguientes figuras se muestran los resultados obtenidos para esta simulación. Los planos representativos del sistema escogidos son; un plano central que divide longitudinalmente al dominio, otro plano longitudinal que pasa por el centro de la columna de carga situada más cercana de la pared exterior, y un plano transversal situado a diez metros de las toberas.



Figura 6. Contornos de magnitud de velocidad (m/s). Plano longitudinal que pasa por el centro de las toberas.



### Figura 7. Contornos de magnitud de velocidad (m/s). Plano longitudinal que pasa por el centro de la carga dispuesta cercana al ambiente exterior.

Como puede notarse, existe un claro efecto tridimensional en el flujo al incluir la geometría del sistema sin restricción alguna. Existe una clara asimetría en el patrón de la distribución de velocidad achacable a la interacción entre el flujo que proviene de las toberas y las columnas de carga, así como con las corrientes de convección natural y flujos secundarios originados en el sistema. Aun existiendo asimetría en el flujo, al ser las velocidades inducidas no despreciables, se esperan diferencias de temperatura del mismo orden que en el caso bidimensional.

Las tres figuras siguientes muestran la distribución obtenida para la variable temperatura en el dominio. Notar como la diferencia de temperatura máxima en la carga es inferior a 0,8 °C.



Figura 8. Contornos de temperatura (°C). Plano longitudinal que pasa por el centro de las toberas.



Figura 9. Contornos de temperatura (°C). Plano longitudinal que pasa por el centro de la carga dispuesta cercana al ambiente exterior.

	5.54e+00
-	5.48e+00
	5420+00
	5 260 :00
	5.300+00
	5.290+00
	5.23e+00
	5.17e+00
	5.11e+00
	5.05e+00
	4.99e+00
	4.920+00
	4 860+00
	4.900+00
	4.000+00
	4.74e+00
	4.68e+00
	4.62e+00
	4.55e+00
	4.49e+00
	4.43e+00
	4.37e+00
	4.31e+00
	4.25e+00
	4.18e+00
	4.12e+00
	4.06e+00
	4.000+00
	4.000400



# Figura 10. Contornos de temperatura. Plano colocado a diez metros de las toberas en la dirección del flujo.

La distribución de temperatura obtenida con la instalación de toberas en disposición vertical debe considerarse aceptable, siendo la zona de mayor temperatura, la situada cercana al techo y en disposición central. En dicha zona confluyen dos factores:

- la capacidad de inducción decae fuertemente con la distancia para estos terminales, con lo que la mezcla con aire fresco y frío se ve reducida según nos desplazamos al centro del recinto.
- Las corrientes convectivas provocan tal y como se ve en las figuras 5 y 10 un aumento de la temperatura en la zona superior cercana a la pared exterior.

### 3.2. Simulación de una habitación de hospital

Con esta simulación se pretende determinar si las prestaciones que brinda un terminal de tipo aire-agua son satisfactorias en la zona de ocupación de una habitación hospitalaria (4,5x5x3 m). Este tipo de terminales poseen una fuerte inducción en el interior del mismo, con lo que el caudal con el que realmente operan es varias veces superior al aire primario introducido en el equipo. Es por esto, y por el complejo patrón de flujo originado por la interacción con paredes, mobiliario y fuentes de calor, por lo que se plantea si una simulación fluido dinámica permite obtener información sobre el comportamiento del sistema (haciendo especial énfasis en la zona de ocupación).

En la figura siguiente se muestra el dominio de simulación considerado.



### Figura 11. Dominio de simulación considerado.

Para la simulación se empleó una malla de 2,3  $10^6$  celdas y el modelo de turbulencia usado fue de nuevo  $\kappa$ - $\epsilon$  (RNG). Con objeto de capturar de forma precisa la transferencia de calor en las paredes, el límite superior de y+ quedó fijado en uno.

Las condiciones de contorno implementadas son las siguientes:

- Terminal de impulsión. Velocidad de salida de 2,14m/s. Temperatura de salida del aire 19 °C.
- Retorno y rejilla de recirculación. Relación de caudales para cerrar el balance de materia en el terminal.
- Ocupantes. Flujo de calor fijado en 58,08 W/m<sup>2</sup>.
- Luminarias, zona superior. Flujo de calor fijado en 620,20 W/m<sup>2</sup>.
- Luminarias, zona frontal. Flujo de calor fijado en 206,73 W/m<sup>2</sup>.
- Pared en la que se aloja la ventana. Temperatura fijada en 28 °C.
- Ventana. Flujo de calor fijado en 133,33 W/m<sup>2</sup>.
- Paredes laterales. Flujo de calor fijado en 8,44 W/m<sup>2</sup>.
- El resto de paredes se consideran aisladas.

A continuación se muestran los resultados obtenidos. En este caso, en lugar de usar contornos de magnitud de velocidad, se ha escogido alternativamente vectores velocidad, que aportan información adicional sobre el flujo principal y flujos secundarios.

Como puede apreciarse, el patrón de flujo es ciertamente complejo, siendo difícil de predecir su comportamiento con técnicas clásicas.



Figura 12. Vectores velocidad (m/s). Plano que pasa por el centro de la rejilla de impulsión del difusor.



# Figura 13. Vectores velocidad (m/s). Plano que divide longitudinalmente a uno de los pacientes.

No se aprecian en la zona de ocupación velocidades superiores a 0,18 m/s, con lo que en cuanto a la necesidad de evitar velocidades residuales altas, la instalación proporciona resultados satisfactorios.



Figura 14. Contornos de temperatura (°C). Plano que pasa por el centro de la rejilla de impulsión del difusor.



# Figura 15. Contornos de temperatura (°C). Plano situado a una altura de 1,3 m.

Como se aprecia en la figura 14, la mezcla entre el chorro y el aire circundante es efectiva, provocando la homogeneización de la temperatura en el recinto. La diferencia máxima de temperatura en la zona de ocupación es de 2,0 °C aproximadamente siendo la zona situada sobre las luminarias la más caliente debido a la fuente de calor localizada en las mismas.

La figura siguiente muestra la capacidad de la técnica CFD para capturar el fenómeno de la convección natural. El contorno de temperatura alrededor del modelo de paciente denota la presencia de corrientes convectivas inducidas por la fuente de calor que son los propios pacientes. Como puede verse en la figura 13, las velocidades inducidas son del mismo orden de importancia que las provocadas por el flujo principal, lo que denota que si el fenómeno de la convección natural no se hubiese modelado, se estaría incurriendo en errores de consideración.



# Figura 16. Contornos de temperatura (°C). Corrientes convectivas provocadas por las fuentes de calor.

Para hacer referencia de nuevo a la complejidad del flujo que se establece, se muestran las trayectorias de las partículas fluidas. La escala de colores es idéntica a la empleada al mostrar cualquier resultado de la variable temperatura para esta simulación.



Figura 17. Trayectorias de las partículas fluidas coloreadas es función de la temperatura.

#### 3.3. Simulación de una zona de tránsito de pasajeros

Dado que casi todos los ejemplos de cálculo mostrados se han realizado sobre instalaciones de acondicionamiento de aire por mezcla, se desarrolla un caso en el que el sistema obedece a una distribución por desplazamiento. El recinto a considerar se muestra en la figura 18 tratándose de una zona de transito de pasajeros (86x40x18 m), en la que se pretende tratar adecuadamente la zona de ocupación hasta una altura de unos 3 m. La instalación se compone de 19 terminales de 2 m de altura, y cuya área efectiva de salida es de 5,41 m<sup>2</sup>.



### Figura 18. Dominio de simulación.

El número de celdas de la malla empleada en esta simulación es de 4,6  $10^6$  y el modelo de turbulencia usado fue  $\kappa$ - $\epsilon$  (realizable, y+ máxima de 30). La escala del dominio a simular provoca que si se quiere modelar correctamente los fenómenos de transporte en la pared, se requiera un número de celdas elevado. Debido a que los recursos computacionales son limitados, el valor de y+ no ha podido ser fijado cercano a uno como hubiese sido deseable.

Las condiciones de contorno implementadas fueron:

- Terminales de impulsión. Velocidad de salida de 0,204 m/s. Temperatura de salida del aire 21 °C.
- Retornos. Presión estática fijada y gradiente nulo en la dirección del flujo.
- Ocupantes. Fuente volumétrica de calor localizada (107,5 W/m<sup>3</sup>) en la zona de asientos (color rojo en la figura 1).
- Cubierta. Coeficiente de transferencia de calor de 0,3 W/m<sup>2</sup>K (engloba el coeficiente convectivo externo y la conducción a través de la pared).
- Paredes laterales. Coeficiente de transferencia de calor de 1,73 W/m<sup>2</sup>K (engloba el coeficiente convectivo externo y la conducción a través de la pared).
- El resto de paredes se consideran aisladas.

La siguiente figura muestra los contornos de magnitud de velocidad en dos planos notables del sistema que permiten hacerse una idea del patrón de flujo en el dominio. Uno de ellos es un plano que corta longitudinalmente al dominio por su parte media y el otro está situado a una altura de unos 2,6 m.





En este caso, las velocidades inducidas por las fuentes de calor, son del mismo orden o incluso mayores que las localizadas en la salida de los terminales, pero en todo caso dentro de valores recomendables. Esto redunda en la importancia de resolver adecuadamente la ecuación de la energía debido al fuerte acoplamiento que presenta con la ecuación de momento en este tipo de flujos. La alta velocidad que se genera en las cercanías de los retornos es debido a que el área de paso de salida es relativamente pequeña para el caudal que debe recoger. De todas formas, estas velocidades altas no son de importancia en la evaluación de la instalación, puesto que los retornos están dispuestos a unos 10 m de altura.

La figura siguiente muestra la distribución de la temperatura para los mismos planos considerados en la figura 19. Como puede apreciarse no se observa un importante gradiente térmico ni estratificación en la zona de ocupación a pesar de la escasa velocidad de impulsión. También se observa que la estratificación no es muy severa en el resto de dominio, seguramente debido a que la altura a la que están situados los retornos es considerable. Será a partir de la cota de instalación de los mismos donde se debería apreciar una estratificación más importante.

Las figuras 21 y 22 permiten al lector apreciar el efecto antes mencionado del calentamiento del aire interior por efecto de la ocupación.



Figura 20. Contornos de temperatura (°C).



Figura 21. Contornos de temperatura (°C). Plano a 0,5 m de altura.



Figura 22. Contornos de temperatura (°C). Plano situado a 2,6 m de altura.

#### Referencias

- An Introduction to Computacional Fluid Dynamics The Finite Volume Method. Versteeg, H.K. Malalasekera, W. 1995.
- Computational Fluid Dynamics An Introduction for Engineers, Abbot, M.B. and Basco, B.R. 1989.
- FLUENT 6.2. User's Guide. Fluent .Inc. 2005.